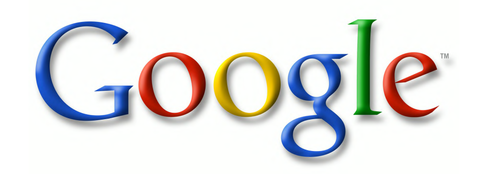


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



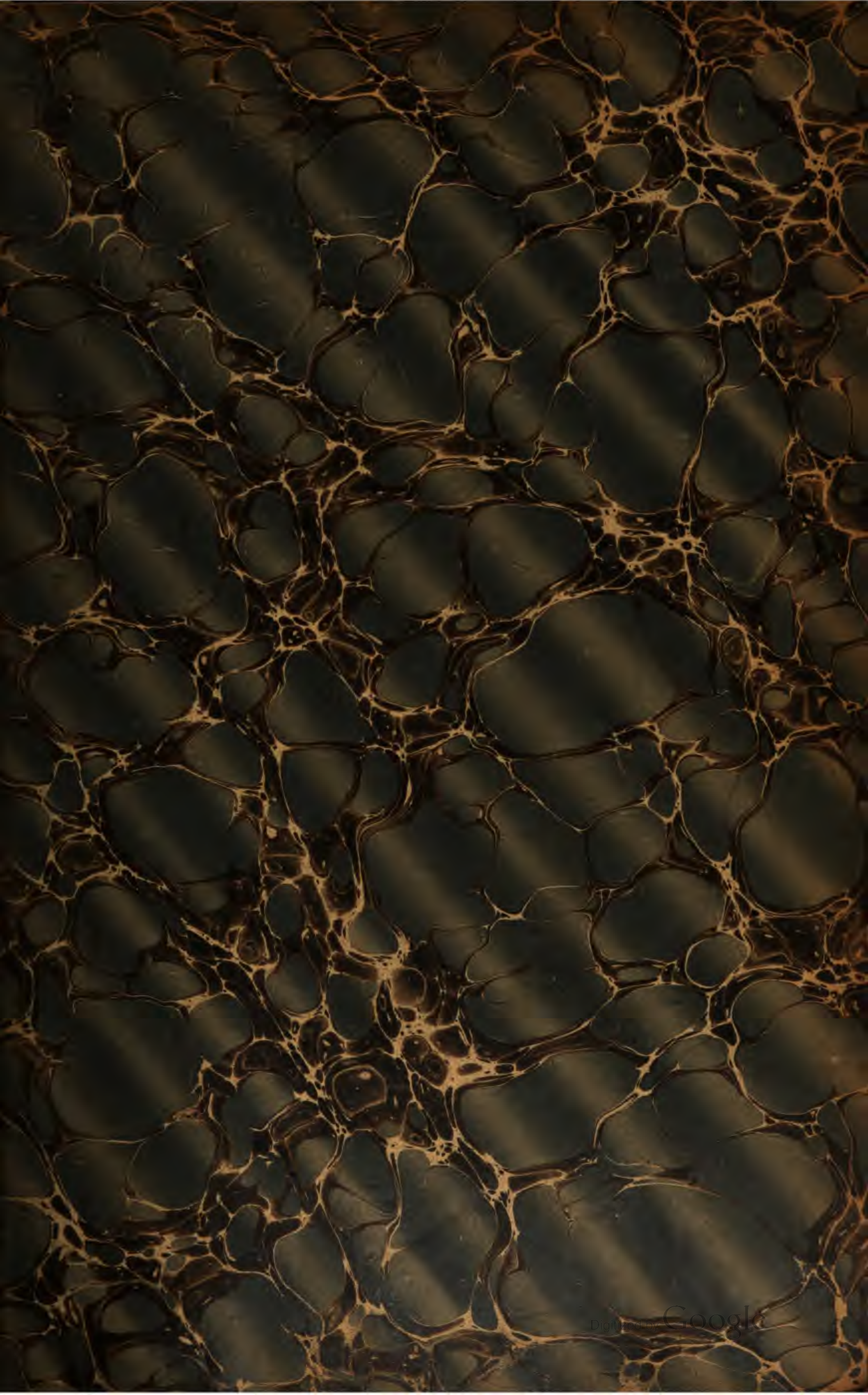
GODFREY LOWELL CABOT SCIENCE LIBRARY
of the Harvard College Library

This book is
FRAGILE
and circulates only with permission.
Please handle with care
and consult a staff member
before photocopying.

Thanks for your help in preserving
Harvard's library collections.

Digitized by Google


Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

COURS

DE

MÉCANIQUE APPLIQUÉE AUX MACHINES

Digitized by Google

Imprimerie E. Bernard et Cie, 71, rue La Condamine, Paris.

Digitized by Google

COURS
DE
MÉCANIQUE APPLIQUÉE AUX MACHINES

PROFESSÉ

A L'ÉCOLE SPÉCIALE DU GÉNIE CIVIL DE GAND

PAR

J. BOULVIN
INGÉNIEUR HONORAIRE DES PONTS ET CHAUSSÉES
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE D'APPLICATION DU GÉNIE MARITIME DE FRANCE
INGÉNIEUR DES CONSTRUCTIONS MARITIMES DE L'ÉTAT BELGE

2e FASCICULE

MOTEURS ANIMÉS
RÉCEPTEURS HYDRAULIQUES, RÉCEPTEURS PNEUMATIQUES

avec 140 figures dans le texte



PARIS
E. BERNARD ET Cie, IMPRIMEURS-EDITEURS

LIBRAIRIE
53 ter, Quai des Grands-Augustins

IMPRIMERIE
71, Rue La Condamine, 71

1892

Digitized by Google

Eng 1608.91

JUN 20 1917
TRANSFERRED TO
HARVARD COLLEGE LIBRARY

HARVARD COLLEGE
AUG 7 1896
LIBRARY.

Farrar Fund.
368.41

Digitized by Google

PREMIÈRE PARTIE

MACHINES SERVANT A RECUEILLIR L'ACTION DES MOTEURS ANIMÉS

1. — L'animal, envisagé comme moteur, n'échappe probablement pas aux lois de la Thermodynamique, mais l'étude de la transformation de la chaleur en travail, par les organismes vivants, est entourée de difficultés (¹); le *mécanisme animal* au contraire, en tant qu'on se borne à considérer l'action des leviers formés par la charpente osseuse, et des ressorts qui constituent les muscles, a depuis longtemps fait l'objet de recherches intéressantes; cependant, M. Marey (²), dont les travaux ont le plus contribué à éclairer la question, pouvait encore écrire dans un ouvrage récent:

« La locomotion terrestre, celle de l'homme et des grands mammifères, par exemple, est très imparfaitement connue. Si l'on savait dans quelles conditions s'obtient le maximum de vitesse, de force ou de travail que peut fournir l'être vivant, cela mettrait fin à bien des discussions, et à bien des tâtonnements regrettables. Ainsi, on ne condamnerait pas toute

1. *G.-A. Hirn.* — Exposition analytique et expérimentale de la Théorie mécanique de la chaleur. — 3e édition, t. I, p. 27 à 53.
La Thermodynamique et le travail chez les êtres vivants, par G.-A. Hirn, *Revue scientifique*, 1887, 1er semestre, nos 22, 23 et 25.
Jamin et Bouty. — Cours de Physique, 4e édition, t. II, p. 118**.
Le Travail musculaire et l'énergie qu'il représente, par M. *Chauveau*, membre de l'Institut. — Paris, Asselin et Houzeau, 1891.
2. *E.-J. Marey.* — La machine animale. — 2e édition, Paris, Germer-Baillère, 1878.

Digitized by Google

une génération d'hommes à certains exercices militaires qui seront plus tard rejetés comme inutiles et ridicules. On ne verrait pas tel pays écraser ses soldats sous une énorme charge, lorsqu'il est admis dans tel autre, que le mieux est de ne rien leur donner à porter. On saurait exactement à quelle allure un animal fournit le meilleur service, soit qu'on lui demande la vitesse, soit qu'on lui fasse traîner des fardeaux. On connaîtrait enfin les conditions d'attelage qui sont les plus propres à la bonne utilisation des animaux ».

Ces lignes indiquent nettement le problème à résoudre dans l'emploi des moteurs animés, problème dont les données premières ne peuvent être trouvées que par l'expérience.

2. — On rencontre, du reste, deux cas bien distincts : ou bien, le moteur agit sur la résistance sans appareil intermédiaire, comme lorsque le cheval est attelé à un véhicule ; ou bien, un appareil plus ou moins compliqué est interposé entre le moteur et la résistance (manivelle, cabestan, manège). Lorsqu'il s'agit de travaux appartenant à la première catégorie, et que la vitesse est imposée, comme autrefois pour les diligences par exemple, on n'est pas libre d'employer le moteur dans les conditions qui permettent d'accomplir le travail journalier le plus considérable, il faut alors multiplier les relais, et toute recherche sur le meilleur emploi de l'animal devient sans objet.

Au contraire, si la vitesse n'est pas déterminée, non plus que l'effort, et qu'on cherche à fixer ces éléments de manière à obtenir l'effet utile le plus grand, on peut suivre la marche indiquée par Coulomb [1] dans l'une de ses expériences ; il s'agit, par exemple, de trouver la charge qui permet à l'homme de produire l'effet utile le plus élevé, son travail étant employé à élever un poids sur une rampe ou un escalier. Coulomb observe que l'homme pesant 70 kilogrammes, lorsqu'il n'élève que son poids, développe 205.000 kilogrammètres par jour ; au moyen de deux observations donnant l'une la charge la plus grande que l'homme parvient à porter, mais sans pouvoir l'élever, l'autre le travail effectué par l'homme pour une charge moyenne et quelconque, il trouve que le travail journalier total T, que l'homme effectue lorsqu'il élève une charge p, est représenté par l'équation :

$$T = 205.000 - 1.410\,p. \tag{1}$$

1. Expériences sur la Force des Hommes, mémoire annexé à la Théorie des Machines simples. — Édition de 1821.

Digitized by Google

Si l'on appelle T_u le travail utile, c'est-à-dire celui qui correspond à l'élévation du poids p à une hauteur donnée h, on a:

$$(2) \qquad T_u = ph.$$

tandis que le travail T correspond à l'élévation du poids $70 + p$, attendu que l'homme pèse 70 kilogrammes; on a donc:

$$(3) \qquad T = (70 + p)\,h.$$

En faisant usage des équations (1) et (3), on trouve:

$$T_u = ph = 1.000\,\frac{205 - 1,41\,p}{70 + p}\,p$$

On peut chercher la valeur de p qui fournit le travail utile maximum, on obtient ainsi:

$$p = 53 \text{ k.}$$

et

$$T_u = 56.000 \text{ Kgm.}$$

Coulomb fait remarquer combien le travail utile obtenu est réduit, en comparaison de celui que l'homme développe en élevant simplement son poids et sans porter aucune charge; dans ce dernier cas, il est vrai, le travail n'est pas produit utilement, mais il peut être régénéré à la descente, en employant le poids mort de l'homme à soulever des fardeaux.

Callon ([1]) cite un appareil de ce genre dont Coignet s'est servi en 1835 dans les travaux de terrassement du fort de Vincennes, et qui se compose de deux plateaux suspendus aux brins d'un câble passant sur une poulie; le plateau inférieur portant une brouette chargée, et le plateau supérieur une brouette vide, le poids du manœuvre suffit pour vaincre la charge et les résistances passives; l'homme remonte à la surface au moyen d'une échelle; c'est dans cette opération, renouvelée à chaque voyage, qu'il développe le travail moteur. On a trouvé qu'un manœuvre pouvait ainsi faire 310 ascensions par jour, à 13 mètres de hauteur, et produisait environ 280.000 kilogrammètres. La charge des brouettes ordinaires employées pour le transport des déblais, étant précisément de 60 à 70 kilogrammes, correspond à peu près au poids moyen de l'homme.

1. *Cours de Machines*, t. 1, n° 45.

Digitized by Google

3. — D'une manière plus générale, lorsque le moteur n'agit pas directement sur la résistance, le récepteur peut toujours être disposé de manière à fournir la vitesse demandée par l'opérateur en permettant à l'animal d'agir dans les conditions où son travail est maximum; ainsi, dans un manège, les rayons des roues de transmission sont choisis de manière à ce que la vitesse demandée au dernier arbre soit réalisée lorsque les chevaux travaillent dans les conditions où ils fournissent l'effet journalier le plus grand possible; on imagine bien une autre solution, qui consisterait à employer des transmissions plus simples en forçant l'allure du cheval, mais le résultat serait obtenu au détriment de l'utilisation. C'est donc dans ce cas qu'il est nécessaire de posséder les valeurs les plus convenables de l'effort, et de la vitesse de son point d'application. Il faut déterminer, pour chaque vitesse, l'effort exercé régulièrement par le moteur, et le temps pendant lequel le travail peut être soutenu, en supposant qu'il doive être continué tous les jours; on obtient alors, dans un grand nombre de conditions, la valeur du travail journalier total:

$$p v t$$

et l'on doit adopter l'effort et l'allure qui correspondent au maximum de ce travail.

Les données d'expériences sont peu nombreuses, mais celles que l'on possède s'accordent assez bien; tout d'abord, il faut écarter l'opinion émise par Daniel Bernoulli, d'après laquelle, à degré égal de fatigue, on pourrait faire varier à volonté les trois facteurs du travail journalier pourvu que leur produit reste constant, et sous la condition qu'on n'excède pas les forces naturelles des moteurs; car on peut imaginer, pour p ou v, des valeurs telles que leur produit soit nul, il est fort difficile d'ailleurs d'apprécier les limites d'effort ou de vitesse à partir desquelles on excède les forces naturelles des animaux employés.

4. — *Maximum de puissance.* — Lorsqu'on n'a pas égard à la durée du travail journalier, il est facile de déterminer, au moyen de quelques observations, le mode d'emploi qui procure le maximum du produit pv, lequel n'est autre que la *puissance* du moteur.

Soit P_o l'effort produit lorsque la vitesse est nulle, V_o la vitesse qui peut être communiquée à un mobile sans résistance; entre ces limites, caractérisées par les points P_o, V_o, de la figure 1, l'effort est lié à la

Digitized by Google

vitesse par une certaine loi, traduite, d'après Euler [1], par la parabole dont l'équation serait

$$p = P_0 \left(1 - \frac{v}{V_0}\right)^2$$

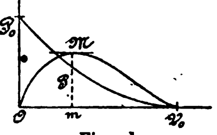


Fig. 1

et qui est représentée par la courbe P_0 V_0.

Le travail par seconde pour différentes valeurs de v, et par conséquent de p, est donné par la courbe OMV_0; il atteint son maximum mM, lorsque

$$V = \frac{V_0}{3}$$

On a alors

$$P = \frac{4}{9} P_0$$

et

$$PV = \frac{4}{27} P_0 V_0$$

les notations P et V s'appliquent aux valeurs spéciales du maximum.

Pour le travail de l'homme sur un aviron, on a

$$P_0 = 22 \text{ k.}; \quad V_0 = 2^m,30$$

d'où l'on tire :

$$V = 0^m,77 ; \quad P = 9^k,77 ; \quad PV = 7,5 \text{ kgm.}$$

La puissance développée correspond à $\frac{1}{10}$ de cheval-vapeur; il s'agit ici de conditions moyennes, car il paraîtrait que dans les équipes entraînées, mais pour un temps assez court, un nageur peut fournir la puissance d'un demi-cheval.

Lorsque l'homme tire horizontalement, on a, d'après Schulze :

$$P_0 = 48 \text{ k.}; \quad V_0 = 1^m,60$$

qui, substituées dans les formules d'Euler donneraient

$$V = 0^m,53 ; \quad P = 21^k,3 ; \quad PV = 11,29 \text{ kgm.}$$

1. Cette loi a été obtenue par des considérations qui assimilent les moteurs animés aux machines hydrauliques, ce qui paraît assez singulier. Toutefois Schulze, à la fin du siècle dernier, a vérifié l'équation pour l'homme et pour le cheval.
Hachette. — Traité élémentaire des Machines, 1819, p. 57.

Digitized by Google

Ce résultat semble conduire à une vitesse trop faible, Langsdorf indique ([1]) pour les conditions du meilleur emploi :

$$V = 0^m,757 \; ; \quad P = 13^k,3 \; ; \quad P\,V = 10 \text{ kgm.}$$

5. — *Maximum du travail journalier.* — Lorsqu'on fait travailler le moteur dans les conditions du maximum de puissance, on n'est pas certain qu'il produit par jour le maximum de travail : il faut faire entrer en ligne de compte le temps t pendant lequel l'action peut être prolongée, en supposant que l'animal doive accomplir tous les jours la même tâche.

On emploie en Allemagne, la formule de *Gerstner*

$$(a) \qquad p = \left(2 - \frac{v}{V}\right)\left(2 - \frac{t}{T}\right) P$$

dans laquelle p désigne l'effort qui peut être soutenu pendant un temps t à l'allure v; les quantités V, T et P, sont constantes pour un même moteur. Le travail journalier est alors

$$\left(2 - \frac{v}{V}\right)\left(2 - \frac{t}{T}\right) P\, vt$$

On reconnaît que cette fonction de deux variables atteint son maximum pour

$$v = V$$
$$t = T$$

auquel cas on a

$$p = P$$

On peut dire, par conséquent, que V, T et P sont les valeurs particulières de la vitesse, du temps et de l'effort pour lesquelles on obtient le travail le plus grand

$$P\,V\,T$$

L'expérience fournit, pour un petit nombre de cas, les valeurs de ces constantes.

On emploie aussi la formule de *Mascheck*, qui paraît même s'accorder mieux avec les résultats trouvés dans l'emploi du cheval ([2]) :

$$(b) \qquad p = \left(3 - \frac{v}{V} - \frac{t}{T}\right) P$$

1. *Rühlmann.* — Allgemeine Maschinenlehre, t. 1, 268, note.
2. F.-W. Simms, — *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. II, p. 112.

Digitized by Google

Le maximum du travail correspond également aux valeurs V, T et P. D'après *Weisbach* [1] P est égal au $\frac{1}{5}$ du poids de l'animal, et T a une valeur uniforme de huit heures; les données P et V sont contenues dans le tableau suivant:

NATURE du MOTEUR	POIDS DU MOTEUR en KILOGRAMMES	P^k	V^m PAR SECONDE
Homme	70	14	0.70
Cheval.	280	56	1.14
Bœuf, ...	280	56	0.71
Ane.	170	34	0.71
Mulet	235	47	1.00

Lorsque la résistance r doit être vaincue sur un plan d'inclinaison α, P se compose de cette résistance, et de la composante G sin α du poids de l'animal; on a donc dans les conditions du meilleur emploi:

$$r + G \sin \alpha = P$$

et, puisque $P = \frac{1}{5} G$

$$r = G \left(\frac{1}{5} - \sin \alpha\right)$$

r devient nul lorsque $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ou $\alpha = 11^\circ \frac{1}{2}$

Ce qui veut dire que l'animal peut marcher pendant huit heures par jour, sans résistance, en gravissant une rampe de cette inclinaison, à la vitesse indiquée dans le tableau.

6. — Nous reproduisons, à titre de renseignement, quelques-unes des données généralement admises par les auteurs qui se sont occupés de la question des moteurs animés, en écartant les expériences dans lesquelles on a envisagé, non l'effort réellement exercé, mais les charges transportées sur camions, chariots, brouettes, etc., et qu'il ne faut pas confondre avec la résistance effectivement vaincue pour les faire rouler; nous y avons joint les chiffres récents trouvés par la Compagnie des

1. *Lehrbuch der Ingenieur und Maschinen-Mechanik.*

Digitized by Google

Tableau relatif à l'emploi des moteurs animés

NATURE ET MODE D'ACTION DU MOTEUR	p EN KILOG.	v en mètres par seconde	t en secondes	TRAVAIL journalier pvt	Puissance en chevaux $\frac{pv}{75}$	ORIGINE DES DONNÉES
Homme élevant son poids.	65	0.15	8 × 3.600	280.800	0.18	Coignet.
Homme tournant une manivelle de 0m36 de rayon	7.07	1.017	8 × 3.600	207.151	0.096	Rühlmann.
Homme agissant sur un balancier	5	1.10	8 × 3.600	158.400	0.078	Morin.
Homme actionnant le balancier d'une pompe à incendie	8.77	1.94	—	—	0.23	Rühlmann.
Homme élevant des fardeaux sur un escalier, son poids n'étant pas compté	53	—	—	56.000	—	Coulomb.
Homme agissant sur un manège ou au cabestan	12	0.60	8 × 3.600	207.360	0.096	Navier.
Homme tirant horizontalement	13.30	0.757	8 × 3.600	288.000	0.133	Euler et Schulze.
Homme tirant sur un aviron.	9.77	0.77	—	—	0.10	
Homme élevant des poids au moyen d'une corde passant sur une poulie	18	0.20	6 × 3.600	77.760	0.048	Navier.
Homme agissant sur une roue à chevilles, au niveau de l'axe	60	0.15	8 × 3.600	259 200	0.12	Navier.
Homme agissant au bas de la roue	12	0.70	8 × 3.600	251.120	0.11	Smeaton et Navier.
Cheval, attelé à un manège au pas	45	0.90	8 × 3.600	1.166.400	0.54	Navier.
— — — au trot	30	2.00	4,5 × 3.600	972.400	0.80	Navier.
Forts chevaux, au pas	55	0.90	8 × 3.600	1.425.600	0.66	
Chevaux exceptionnels.	60	1.25	8 × 3.600	2.160.000	1.00	
Chevaux de labour.					1.06	A. Sanson.
Cheval au trot attelé à une voiture de tramway.	27.3	3.00	1 1/2 à 3 × 3.600	—	1.10	Compagnie des Omnibus de Paris.
Cheval au trot attelé à un omnibus	38	2.50	1 1/2 à 3 × 3.600	—	1.27	
Bœuf au pas, au manège	60	0.60	8 × 3.600	1.036.800	0.48	
Mulet — —	30	0.90	8 × 3.600	777.600	0.36	
Ane — —	14	0.80	8 × 3.600	322.600	0.15	

Omnibus de Paris, et ceux de quelques expériences isolées. Ce tableau, auquel on peut joindre celui que nous avons reproduit plus haut d'après Weisbach, suffit à tous les besoins de la pratique.

7.— *Récepteurs.* — Les récepteurs employés sont d'un caractère très simple, qui nous dispense de toute description, ce sont la manivelle, le cabestan, les diverses variétés de roues à chevilles ou roues pénitentiaires, les manèges, les plans inclinés roulants ou manèges américains, etc.

Les manèges établis pour recueillir l'action du cheval sont encore employés fréquemment dans l'industrie agricole, où les opérations à effectuer sont temporaires, et où la force motrice est, pour ainsi dire, gratuite ; on distingue des manèges fixes, et des manèges locomobiles ; ceux-ci n'exigent ni maçonnerie, ni fondation spéciale.

Il convient d'observer, dans la construction des manèges, quelques principes que nous allons résumer brièvement.

Le cheval ne peut suivre une piste circulaire de faible rayon sans qu'il en résulte une décomposition de l'effort et une fatigue défavorables à l'effet recueilli ; la composante agissant sur le rayon, ou *flèche*, produit sur les appuis une pression nuisible, tant au point de vue de la résistance des pièces qu'à celui du travail absorbé par les frottements. Pour ces raisons, la longueur des flèches doit être de 3 mètres à $3^m,50$ au moins.

L'allure normale du cheval, correspondant à la vitesse de $0^m,90$ par seconde (voir le tableau) le premier arbre fait, par minute, un nombre de tours donné par

$$n = \frac{60 \times 0,90}{2 \pi r}$$

r étant le rayon de la piste.

En adoptant

$$r = 3^m,00$$

On a

$$n = 2,85$$

La plupart des opérations industrielles exigeant une vitesse bien supérieure, les manèges comportent toujours un nombre plus ou moins grand d'arbres de transmission ; si l'on suppose que chaque équipage multiplie la vitesse dans le rapport de 5 à 1, on doit employer, pour obtenir les vitesses de rotation exigées, un nombre d'arbres donné, (en

Digitized by Google

y comprenant le premier arbre qui porte les flèches), par le tableau suivant :

15 à 20 tours par minute	. . . .	2	arbres.
25 à 100 — —	. . . .	3	—
100 à 400 — —	. . . .	4	—

Lorsque l'on emploie plusieurs chevaux, il faut, pour neutraliser les réactions sur le premier arbre, disposer symétriquement les flèches autour du centre.

L'effort du cheval, au démarrage, peut atteindre le triple de sa valeur normale, c'est-à-dire 135 à 150 kilogrammes, mais il faut compter, dans le calcul des organes, sur un effort plus grand ; un fort cheval peut, lors d'un coup de collier, exercer une traction de 300 à 500 kilogrammes, les dentures des engrenages seraient donc exposées à se briser, si on se bornait à les calculer pour la valeur moyenne de l'effort.

L'extrémité de la flèche doit se trouver à $0^{m},80$ au-dessus du sol. Les

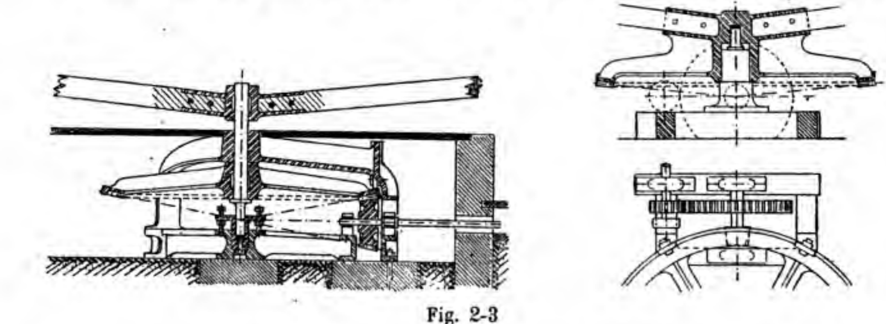


Fig. 2-3

figures 2 et 3 représentent sommairement le manège fixe à deux et à trois *tournants* (1).

8. — Le moteur animé, et surtout le cheval, n'a pu être jusqu'ici remplacé avantageusement par les machines dans la traction sur les routes ordinaires ; on ne peut cependant poser à ce sujet de principe général, puisque le prix du combustible, des salaires et de la nourriture, de même que l'état des routes, varient suivant les lieux et les circonstances.

1. *Armengaud*. Publication industrielle, 1re série, t. XIV, p. 449-478.
Uhland. Handbuch für den Praktischen Maschinen Constructeur, t. I, p. 123 et Supplément, p. 130.

Digitized by Google

Ainsi, pour un service continu, et en tenant compte de tous les éléments de la question, on a trouvé, en Angleterre, que le prix du transport, par locomotives routières, n'était que la moitié de celui par chevaux [1]. La substitution de la locomotive aux mulets, dans certaines mines d'anthracite de la Pensylvanie, a réduit les frais de traction dans le rapport de 3 à 1. D'autre part, M. Sanson [2] établissait, en 1886, le prix de revient comparatif du labourage à la vapeur et par chevaux, et concluait à un léger avantage en faveur de ce dernier.

1. Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers, vol. XXXVI, p. 76.
2. Revue scientifique 1886, 1er semestre, n° 25.

Digitized by Google

Digitized by Google

DEUXIÈME PARTIE

RÉCEPTEURS HYDRAULIQUES [1]

Ces machines sont employées pour recueillir le travail des chutes d'eau, naturelles ou artificielles ; nous n'examinerons pas ici les récepteurs secondaires intimement liés à un opérateur ; tels sont ceux que l'on trouve dans les grues hydrauliques, les cabestans, les ascenseurs, le mécanisme des ponts mobiles, et, en un mot, l'ensemble des appareils qui dépendent d'une usine centrale d'eau sous pression, ce genre d'installations est étudié dans le 8e fascicule.

9. — Les éléments de la puissance d'une chute d'eau sont :

1° Le débit, c'est-à-dire le volume Q (en mètres cubes) qui s'écoule par seconde ;

2° La hauteur de chute H, ou différence de niveau (en mètres), entre l'amont et l'aval.

Abstraction faite de tout mécanisme, il est évident qu'on peut toujours assimiler l'eau d'une chute à un poids qui descend, et sur lequel la pesanteur exerce par seconde le travail :

$$T_m = \Pi \, Q \, H$$

Π étant le poids du mètre cube d'eau.

Ce travail est la limite de celui qui peut être recueilli par seconde, et se nomme *puissance absolue de la chute.*

Les machines hydrauliques employées présentent une grande variété de dispositions, qui se retrouve dans les appareils d'élévation des eaux [2], mais on peut les rattacher à trois systèmes, qui correspondent aux for-

1. Dans tout ce qui suit, on suppose connues les théories de l'Hydraulique.
2. Septième fascicule.

Digitized by Google

mes que prend l'énergie emmagasinée dans le fluide, et qui se manifestent : par la position du niveau de l'eau, par la pression exercée, et par la vitesse acquise. On n'imagine pas, en effet, que l'eau, à température constante, puisse transporter ou céder du travail autrement que par ces trois modes, qui peuvent quelquefois se trouver réunis dans une même machine.

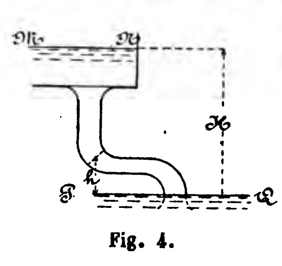


Fig. 4.

La figure 4 représente deux nappes MN, PQ, séparées par la différence de niveau H ; si l'on désigne par p et v la pression et la vitesse dans une section quelconque, située à une hauteur h au-dessus du bief d'aval, on a :

$$H + \frac{p_a}{\Pi} = h + \frac{p}{\Pi} + \frac{v^2}{2g}$$

p_a est la pression atmosphérique s'exercant sur la section d'àmont MN, dont la vitesse est sensiblement nulle. En multipliant les deux membres par le débit, il vient :

$$\Pi Q H = \Pi Q h + Q(p - p_a) + \Pi Q \frac{v^2}{2g}$$

Le *travail absolu* de la chute est donc égal à la somme de trois termes, comprenant respectivement : la *hauteur* h, la *pression* $p - p_a$, et la hauteur due à la *vitesse* v.

Suivant les dispositions employées, on peut rendre nul l'un quelconque des trois termes, et même n'en conserver qu'un seul, on obtient ainsi, suivant que l'on conserve la hauteur, la pression, ou la vitesse, les moteurs dans lesquels l'eau agit par son poids, représentés principalement par les roues hydrauliques, ceux dans lesquels elle agit par pression, ou machines à colonne d'eau, et, enfin, ceux où elle agit par sa vitesse, parmi lesquels les plus importants sont les turbines [1].

Nous étudierons successivement ces trois genres de moteurs, mais, afin de tenir compte de certaines analogies de dispositions, les machines à colonne d'eau seront examinées en dernier lieu ; en outre, nous rattacherons au chapitre premier quelques variétés de roues hydrauliques

1. Il existe cependant, comme nous le verrons, des turbines à pression, ou turbines à réaction, mais la pression y est employée à accélérer le mouvement de l'eau dans la machine même, dont la force motrice est, en fin de compte, la réaction produite par le changement de vitesse du fluide, en grandeur et en direction.

Digitized by Google

dans lesquelles l'eau n'agit nullement par son poids, mais par l'énergie résultant de sa force vive acquise ; bien que, en principe, ces machines se rapprochent davantage de celles qui font l'objet du chapitre deuxième, elles présentent avec les roues hydrauliques à action de poids un grand nombre de caractères extérieurs communs, qui justifient le plan adopté dans tous les traités de Mécanique appliquée.

Digitized by Google

CHAPITRE I.

Machines dans lesquelles l'eau agit par son poids.

10. — Nous citerons d'abord, pour mémoire, le *balancier hydraulique*, comprenant deux cuves suspendues aux deux bras d'un balancier oscillant, et dont l'une se remplit au niveau du bief supérieur, pendant que l'autre se vide par le jeu d'une soupape de fond que vient soulever un butoir fixe.

Cette machine, dont on ne peut guère citer d'application, est remplacée depuis longtemps par des récepteurs beaucoup mieux disposés au point de vue de l'utilisation du travail recueilli.

A la classe des moteurs qui nous occupent, appartient aussi le plan incliné *hydro-moteur,* qui se compose de deux voies parcourues en sens contraire par deux rames de wagons, dont l'une descend, et fait équilibre partiellement à celle qui monte ; les deux trains sont attelés aux deux extrémités d'un câble qui passe sur une poulie fixe établie au sommet ; chacun des trains comprend une caisse à eau que l'on vide au bas du plan incliné, et que l'on remplit au sommet; la force motrice est donc fournie directement, sans aucune transmission intermédiaire. Des freins sont établis pour modérer la vitesse du système, ils agissent sur l'arbre d'un pignon qui engrène avec une crémaillère placée au milieu de la voie.

On peut citer, comme installation de ce genre, le plan incliné d'Ouchy Lausanne, et celui d'Heidelberg; mais il s'agit évidemment ici d'applications tout à fait spéciales, dictées par la nature même de l'opération à effectuer.

Il existe un grand nombre de récepteurs dans lesquels l'eau agit par son poids, et qui sont d'un emploi général dans des circonstances données de chute et de débit, ils comprennent les meilleures variétés de roues hydrauliques à arbre horizontal [1].

Dans toutes les machines de cette classe, l'eau agit à la façon d'un

1. On a proposé dans certains cas l'emploi de roues à arbre incliné. Praktische M.C., 1881, p. 250.

Digitized by Google

corps solide, qui serait placé sur la machine à un niveau déterminé, et qui, en descendant, lui céderait le travail dû à son poids. Les propriétés fluides de l'eau ne sont utilisées que dans les périodes de remplissage et de vidange. Les parties mobiles de la machine (godets, aubes, etc.), doivent s'étendre au moins sur toute la hauteur de chute, on peut donc poser en principe que les roues hydrauliques ne peuvent, à moins de recevoir des dimensions incompatibles avec une construction économique, s'adapter aux grandes chutes (1).

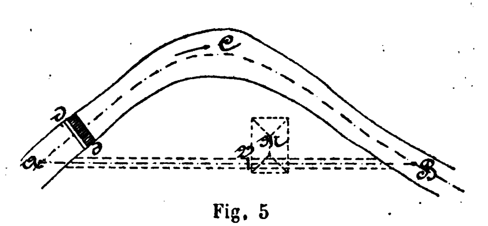
11. — *Création des chutes d'eau.* — Avant d'aborder l'examen des moteurs en particulier, il convient, pour préciser ce que nous entendrons plus loin par hauteur de chute, d'indiquer comment les usines sont disposées le long des cours d'eau. On peut rencontrer deux cas principaux :

1° Lorsque la chute existe sous forme de dénivellation brusque du lit et de la surface du cours d'eau, ce que l'on rencontre fréquemment en pays de montagnes, le moteur peut être établi sans modification sensible du régime des niveaux d'amont et d'aval ; il en est encore de même lorsque la chute, résulte de la mise en communication de deux nappes, ou de cours d'eau se trouvant à des niveaux différents, ou même de deux points écartés, choisis sur un filet d'eau à très forte pente.

Les fortes chutes appartiennent toujours à cette catégorie ;

2° La chute est créée dans une rivière à pente modérée.

On établit alors un barrage *dd* (fig. 5), qui produit un relèvement de l'amont, sans changer notablement le niveau à l'aval ; la hauteur de chute est déterminée par la crête du barrage. On préfère, lorsque la chose est possible, établir l'usine en terrain vierge, sur un canal de dérivation AB, et il est très avantageux d'utiliser un coude tel que ACB, afin de réduire les travaux de terrassement. Si cette coupure présente une certaine longueur, la chute disponible peut différer notablement de la dénivellation au barrage, ainsi que nous allons le voir.


Fig. 5

1. La roue à augets de plus de 20 mètres de diamètre, établie près de Greenock, doit être considérée comme une exception, car il est très rare que ces roues atteignent un diamètre de 10 à 12 mètres.

Digitized by Google

Représentons en développement (fig. 6), les sections ACB et AB,

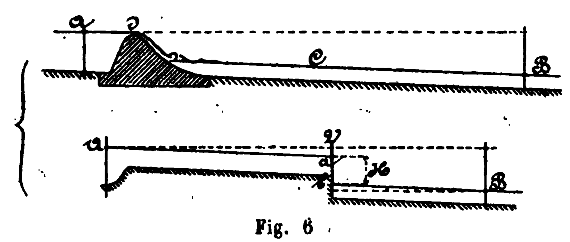


Fig. 6

faites suivant les axes hydrauliques du cours d'eau et de la dérivation; la différence de niveau entre les points A et B se compose de la chute au barrage, augmentée de la différence de niveau nécessaire pour écouler le débit de la rivière depuis le barrage jusqu'au point B. Lorsque la vanne V, qui sert à régler l'alimentation du moteur établi en M, est fermée, l'eau de la dérivation est immobile, et les surfaces libres, à l'amont et à l'aval du vannage sont horizontales; la chute est donc égale à la dénivellation mesurée entre les points A et B.

Lorsque le moteur fonctionne, et que la vanne est ouverte, la surface libre, tant dans le bief d'amenée que dans le canal de fuite, s'établit suivant la pente nécessaire A*a*, *b*B, pour écouler le volume d'eau qui passe sur le moteur; la chute disponible H, est la différence entre les niveaux, pris immédiatement à l'amont du vannage, et à l'aval du moteur.

La pente nécessaire à l'écoulement est toujours extrêmement faible, lorsque l'on a soin d'adopter des sections suffisantes pour le débit (on étudie, dans les cours d'Hydraulique, tout ce qui se rapporte à l'établissement des barrages et des canaux).

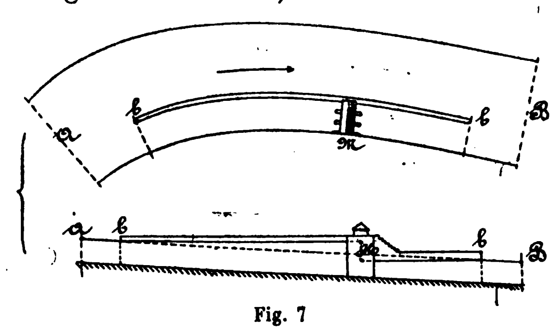


Fig. 7

Lorsque les rivières sont à forte pente de surface, la dérivation fournit le moyen de créer la dénivellation sans l'établissement d'aucun bar-

Digitized by Google

rage, pourvu que la pente des biefs de la dérivation soit plus faible que celle de la rivière ; cette condition peut toujours être remplie, si l'on donne au canal de dérivation une section suffisante relativement au volume qu'il doit écouler.

Il n'est même pas toujours nécessaire de creuser une dérivation, celle-ci est réalisée parfois dans le lit même de la rivière, au moyen d'un épi longitudinal *bb*, représenté en plan et en élévation dans la figure 7 (1). L'usine est établie en M, et la chute disponible est, à peu de chose près, la différence des niveaux dans la rivière dans les sections *b*, *b*.

§ I.

THÉORIE GÉNÉRALE DES ROUES HYDRAULIQUES A ACTION DE POIDS

12. — Soit H (fig. 8), la hauteur disponible comprise entre le niveau d'amont et le niveau d'aval, lorsque le moteur fonctionne. Les actions de choc étant réduites autant que possible, on peut, sans difficulté,

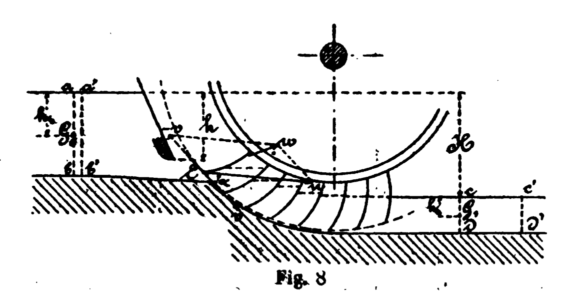


Fig. 8

étudier au moyen du principe des forces vives le mouvement de la masse liquide comprise entre les sections *ab* et *cd* ; la première est choisie à l'amont, en un point où le liquide n'est pas encore influencé par le mouvement de la machine, l'autre est prise immédiatement à l'aval de la roue.

1. L'usine hydraulique de la ville de Zurich est établie de cette manière, dans le lit de la Limmatt.

Digitized by Google

Soient :

Π, le poids du mètre cube d'eau.

Q, le volume débité par seconde.

s_0, s_1, les sections, *ab* et *cd*.

p_0, la pression moyenne dans la section *ab*.

h_0, la hauteur du centre de gravité G_0 de cette section sous le niveau d'amont.

u_0, la vitesse de l'eau dans la section *ab*.

p_1, h_1, u_1, les quantités analogues pour la section *cd*.

v, la vitesse de la roue à la circonférence extérieure.

Les aubes sont peu profondes dans le sens du rayon, et *v* diffère peu de la vitesse au centre des aubes.

Dans la figure 8, l'eau est reçue sur la roue au moyen d'un vannage, mais la théorie que nous allons établir convient quel que soit le mode de remplissage ; nous aurons seulement à préciser, dans l'équation générale, la valeur de certains termes qui dépendent du mode de construction et d'établissement du vannage.

Lorsque le régime est établi, le mouvement du liquide compris entre les sections *ab*, *cd*, peut être considéré comme permanent, car le temps qui s'écoule entre les passages de deux aubes au même point est si court, qu'il ne permet aucune modification sensible dans les circonstances du mouvement. Appelons F, F'... les réactions des aubes sur le liquide qui les pousse, projetées sur la direction de la vitesse *v* des aubes, soit M la somme des travaux résistants passifs absorbés par seconde, par le frottement de l'eau sur le fond du coursier et les chocs éventuels qui peuvent se produire à l'entrée de l'eau sur la roue.

Nous obtiendrons l'équation des forces vives appliquée au mouvement de la masse liquide *abcd*, en exprimant que la moitié de la force vive acquise par cette masse, pendant le temps élémentaire *dt*, ou pendant son passage dans la position *a'b' c'd'*, est égale à la somme des travaux moteurs (de la pression d'amont et du poids) diminuée de la somme des travaux résistants (de la pression d'aval et des réactions F, F'...) ainsi que des travaux résistants passifs.

Le premier membre de l'équation est donc, après simplification :

$$\frac{1}{2}\frac{\Pi Q\, dt}{g}(u_1^2 - u_0^2)$$

Le second membre se compose :

Digitized by Google

1° des travaux moteurs :

$$\Pi\, h_0\, s_0\, u_0\, dt + \Pi\, Q\, dt\, (H + h_1 - h_0)$$

2° des travaux résistants, qui sont, en leur attribuant le signe qui convient :

$$-\Pi\, h_1\, s_1\, u_1\, dt - \Sigma\, F\, v\, dt$$

3° des travaux passifs, qui introduisent dans l'équation le terme :

$$-\, M\, dt$$

Après simplification, en remarquant que

$$s_0\, u_0 = s_1\, u_1 = Q$$

et que $\Sigma F v$ n'est autre chose que l'expression du travail moteur T_m communiqué à la roue par unité de temps, il vient :

$$T_m = \Pi\, Q \left(H + \frac{u_0^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} - \frac{M}{\Pi\, Q}\right)$$

La section *ab* a été choisie en un point où la vitesse est très faible, on peut donc négliger $\frac{u_0^2}{2g}$; on remarque ainsi que le travail moteur recueilli par seconde correspond à celui que développerait le poids ΠQ, en descendant d'une hauteur exprimée par la quantité comprise entre parenthèses dans l'équation :

(1) . . . . $T_m = \Pi\, Q \left(H - \frac{u_1^2}{2g} - \frac{M}{\Pi\, Q}\right)$

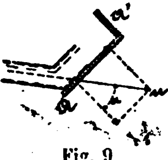
Le travail moteur T_m est toujours inférieur à la puissance absolue de la chute, il peut cependant s'en rapprocher beaucoup, lorsque l'on diminue la vitesse v_1 conservée à la sortie, ainsi que les pertes de charge qui seront examinées en détail. M désigne un travail perdu par seconde, $\frac{M}{\Pi Q}$ exprime par conséquent la *perte de hauteur* correspondante et peut comprendre des pertes de charge proprement dites, ou des hauteurs dues à des *vitesses perdues* par suite de remous, etc.

13. — *Examen de la perte au remplissage.* — Lorsqu'un filet liquide atteint une aube animée d'une vitesse différente de la sienne, il se produit généralement une perte de charge qui peut être évaluée séparément ; différents cas sont à considérer :

1° *Choc d'une veine liquide contre un plan immobile.* — S'il s'agit du choc normal, toute la force vive peut être considérée comme perdue en agitations moléculaires (c'est ce qui se produit au pied des chutes

Digitized by Google

d'eau), mais lorsque le choc est oblique, il n'en est pas nécessairement ainsi.


Fig. 9

Soit α (fig. 9) l'angle formé par la vitesse avec la normale au plan A. En appliquant au liquide le principe des quantités de mouvement projetées *parallèlement* à l'aube, on trouvera que la composante u sin α, de la vitesse, se conserve intégralement, puisque le choc ne développe, outre les actions mutuelles, qu'une réaction normale à l'axe de projection.

La hauteur due à la vitesse était $\frac{u^2}{2g}$ elle devient après le choc :

$$\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

La perte de charge résultant de la rencontre du plan est donc :

$$\frac{u^2}{2g}(1 - \sin^2 \alpha) \quad \text{ou} \quad \frac{u^2 \cos^2 \alpha}{2g}$$

On peut encore dire que la perte de force vive correspond à la composante de la vitesse perdue, ce qui, pour le cas considéré, est d'accord avec le théorème de Carnot.

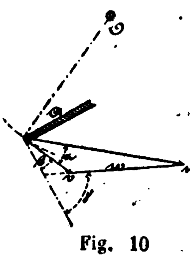
Il peut arriver que la composante conservée, u sin α, soit, à son tour, anéantie par un second choc, sur un plan A' normal au premier ; dans ce cas, la hauteur $\frac{u^2}{2g}$ sera consommée successivement par deux chocs qui absorberont respectivement :

$$\frac{u^2}{2g}\cos^2 \alpha$$

et

$$\frac{u^2}{2g}\sin^2 \alpha$$

2° *Choc d'une veine liquide contre une aube mobile.* — Supposons que l'aube A (fig. 10) soit entraînée et possède une vitesse v, faisant avec la normale à l'aube l'angle β; soit u la vitesse de la veine, faisant avec v l'angle α.


Fig. 10

La consommation de force vive résulte de la formation de remous, lesquels ne dépendent, évidemment, que du mouvement relatif des deux masses qui se rencontrent. La vitesse relative étant ici w,

Digitized by Google

fait avec la normale à l'aube l'angle γ; la composante parallèle au plan, soit :

$$w \sin \gamma$$

est conservée, tandis que la composante :

$$w \cos \gamma$$

est perdue. Or, on a :

$$w \cos \gamma = u \cos (\alpha + \beta) - v \cos \beta$$

Dans le cas où $\beta = o$,

$$w \cos \gamma = u \cos \alpha - v$$

La hauteur perdue est alors :

$$\frac{w^2 \cos^2 \gamma}{2g} = \frac{(u \cos \alpha - v)^2}{2g}$$

c'est-à-dire qu'elle est due à la composante anéantie de la vitesse relative de rencontre de l'eau avec l'aube. Lorsque cette composante est nulle ($u \cos \alpha = v$), il n'y a pas de choc, la vitesse w se confond alors avec $u \sin \alpha$, qui est la composante conservée, et, à moins que celle-ci ne soit détruite par un choc ultérieur, il n'y a aucune perte [1].

Il en est toujours ainsi, lorsque la vitesse relative d'entrée de l'eau est conservée, ce que l'on peut réaliser en donnant à l'aube la direction parallèle à w; mais la constitution des roues hydrauliques qui nous occupent ne permet pas, en général, d'utiliser, sans perte, la vitesse relative d'entrée : la partie de w non absorbée par le frottement se perd contre la fonçure de la roue, ou contre le fond des augets. La roue *Zuppinger* (26) fait exception; la vitesse w, au lieu d'être éteinte par le choc, relève l'eau à un niveau supérieur à celui du point d'entrée, et ne s'annule que sous l'influence du travail négatif développé par la pesanteur, travail qui est régénéré ensuite [2]; la perte au remplissage est alors théoriquement nulle, le rendement ne peut être affecté que par la vitesse u_1, conservée par l'eau dans la section d'aval, et par le frottement de l'eau sur le coursier. Dans le cas contraire, l'ensemble de la

1. En résumé, la perte de force vive est celle que l'on trouverait par l'application du théorème de Carnot, en supposant que le corps choqué (la roue) possède une masse infiniment grande relativement à celle du corps choquant; nous admettons, en effet, que la roue est maintenue à la vitesse courante, v, après comme avant le choc.

2. Cette disposition est réalisée dans les roues de *Marly*, qui comprennent de longues aubes planes sur lesquelles l'eau s'élève en vertu de sa vitesse relative d'entrée. *Publication industrielle* d'Armengaud, t. XIV, pl. 21.

Digitized by Google

perte au remplissage, de la hauteur due à la vitesse u_1 et de la hauteur absorbée par le frottement de l'eau sur le coursier, doit être réduit au minimum, et c'est ce qui détermine les conditions de marche.

§ II.

ROUE DE COTÉ ORDINAIRE [1]

14. — Les dispositions de cette roue rappellent celles de la figure 8. Soient E le point où le filet moyen atteint la circonférence extérieure, h la hauteur qui détermine la vitesse d'écoulement dans l'orifice du vannage (orifice noyé) ; d'après le tracé adopté pour le coursier et le canal de fuite, on voit que l'on aura, pour cette roue :

$$u_1 = v$$

Soient u la vitesse absolue à l'entrée sur la roue,
α l'angle qu'elle forme avec la circonférence extérieure.
w la vitesse relative de l'eau par rapport à la roue.
On a :

(2) . . . . $w^2 = v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha$

Cette roue présente une fonçure destinée à empêcher l'eau de dépasser les aubes vers l'intérieur, on doit donc considérer la vitesse w comme entièrement perdue et faire entrer $\frac{w^2}{2g}$ dans le terme :

$$\frac{M}{\Pi Q}$$

Le frottement sur le coursier et les bajoyers dépend, comme on le sait, de la surface mouillée, de la forme de la section et d'une fonction de la vitesse à laquelle on donne différentes formes ; il se traduit par une hauteur que l'on peut calculer au moyen de la formule de Darcy et Bazin, donnant la perte de charge η par mètre de longueur du coursier :

1. Publication industrielle d'Armengaud, t. I, pl. 1.

Digitized by Google

$$\eta = \frac{1}{r}\left(m + \frac{n}{r}\right) v^2$$

r est le rayon moyen de la section, c'est-à-dire le quotient de la section par le périmètre mouillé, m et n ont des valeurs qui dépendent de la nature des parois, et qui sont choisies comme ci-dessous :

Ciment lisse, bois raboté.	$m = 0{,}000.15$	$n = 0{,}03$
Parois unies en maçonnerie ou en planches.	$m = 0{,}000.19$	$n = 0{,}07$
Parois brutes en moellons.	$m = 0{,}000.24$	$n = 0{,}25$
Parois en terre.	$m = 0{,}000.28$	$n = 1{,}25$

Soient a la largeur des aubes, e la quantité moyenne dont elles sont immergées, L la longueur développée du coursier; la perte de charge $L\eta$ devient :

$$L\eta = \frac{a + 2e}{ae}\left(m + n\,\frac{a + 2e}{ae}\right) L v^2$$

En substituant au terme $\frac{M}{\Pi Q}$, dans l'équation (1) les valeurs qui le composent, et en faisant usage de l'équation (2), il vient :

$$T_m = \Pi\, Q \left[H - \frac{u^2}{2g} + \frac{v}{g}(u \cos\alpha - v)\right] - \Pi\, Q\, L\eta$$

Pour augmenter autant que possible le travail recueilli, il faut choisir une valeur v qui rende maximum le terme :

$$\frac{v}{g}(u \cos\alpha - v)$$

c'est-à-dire qu'il faut adopter, en supposant que la grandeur de u soit donnée, ainsi que son inclinaison,

(3) . . . . $v = \frac{1}{2} u \cos\alpha$

D'ailleurs puisque

(4) . . . . $\frac{u^2}{2g} = h$

on a :

(5) . . . $T_m = \Pi Q \left[H - h\left(1 - \frac{1}{2}\cos^2\alpha\right)\right] - \Pi\, Q\, L\eta$

Il ne faut pas perdre de vue que le dernier terme est lui-même fonc-

Digitized by Google

tion de la vitesse v, qu'il y a tout intérêt à réduire ; en effet, le volume débité par la roue, qui est une donnée de la question, est approximativement égal à :

$$aev$$

toute diminution de v agit en sens inverse sur le produit ae, de telle sorte que si v est remplacé par $\frac{v}{K}$, le produit ae sera remplacé par $K \times ae$, et en supposant que les aubes conservent des dimensions proportionnelles (ce qui a lieu, en effet), les quantités a et e devront être remplacées par $a\sqrt{K}$ et par $e\sqrt{K}$; on reconnait facilement que toute diminution de v agit dans le même sens sur la perte de charge représentée par le dernier terme de l'équation (5). Pour augmenter la valeur du premier terme, il convient de réduire h, on est ainsi conduit, pour recueillir le maximum du travail, à cette double condition :

1° La hauteur h qui détermine la vitesse absolue u doit être aussi réduite que possible;

2° La vitesse v doit satisfaire à la condition (3).

On peut encore chercher l'influence de α sur le travail recueilli ; cet angle a été, dans tout ce qui précède, considéré comme une quantité donnée, mais on voit d'après l'équation (5), qu'il y a intérêt à le réduire.

On ne peut cependant adopter $\alpha = o$, car l'eau ne pénétrerait pas dans la roue ; α ne descend pas, pour cette raison, en dessous de 30° et s'élève jusqu'à 45°.

Le maximum théorique du rendement serait obtenu pour :

$$\alpha = 0$$

et l'on aurait :

$$T_m = \Pi Q \left(H - \frac{h}{2}\right) - \Pi Q L\eta$$

En négligeant le dernier terme, qui est toujours très faible, on voit que le travail recueilli correspond à la chute :

$$H - \frac{h}{2}$$

Lorsque l'on adopte la valeur usuelle :

$$\alpha = 30°$$

on trouve pour la hauteur utilisée :

Digitized by Google

$$H - 0{,}625\,h$$

Ce résultat indique qu'il faut disposer le vannage de manière à réduire *h*, c'est ce qui est obtenu par une prise d'eau en *déversoir*.

15. — *Forme des aubes*. — Puisque la vitesse relative est perdue à l'entrée sur la roue, la théorie n'impose aucune obligation en ce qui concerne la forme ou l'inclinaison des aubes ; si on les trace de manière à ce qu'elles soient parallèles à la vitesse relative w, la force vive s'anéantit sur la fonçure; si, au contraire, les aubes sont plus ou moins inclinées sur la vitesse relative d'entrée, la force vive se perd en deux fois : une première partie est détruite au bord des aubes, la force vive due à l'autre composante de la vitesse se perd comme dans le premier cas ; théoriquement les deux états de choses sont équivalents, mais la direction de l'aube ne pourrait être telle que w vînt choquer sa face postérieure, car il en résulterait un effet nuisible.

Pratiquement, il vaut mieux diriger les aubes parallèlement à la vitesse w, au moins pour leur premier élément, car ainsi, l'eau pénètre nettement dans la roue, sans rejaillissement, c'est pourquoi on adopte fréquemment des aubes à contour brisé, lorsqu'elles sont en bois

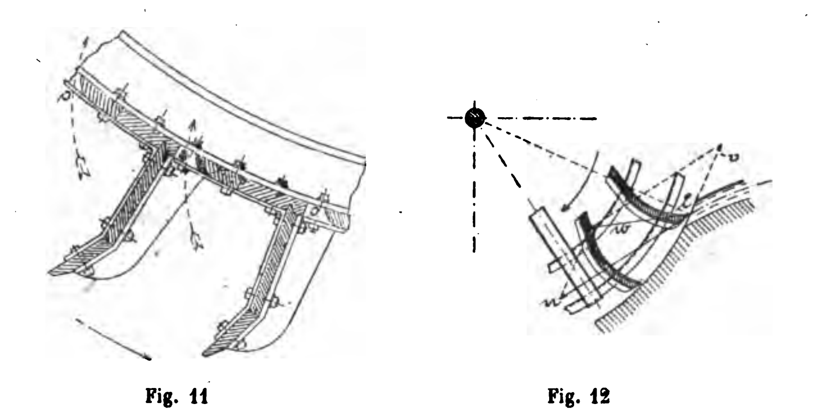


Fig. 11 Fig. 12

(fig. 11), ou même des aubes courbes (fig. 12) ; ces formes ont du reste encore l'avantage de ne pas relever l'eau à la sortie.

La fonçure peut être entièrement supprimée (fig. 12), mais le plus souvent, on la conserve en la disposant de manière à ce qu'elle laisse échapper l'air pendant le remplissage ; à cette fin, on ménage à la partie

Digitized by Google

supérieure de chaque compartiment une ouverture o (fig. 11), qui règne sur toute la largeur de la roue.

Les aubes sont quelquefois disposées comme dans la figure 13, c'est-à-dire qu'elles comprennent un premier élément a, dirigé suivant le rayon, et une contre-aube a_1 contre laquelle la force vive relative est plus ou moins utilisée par réaction comme dans les roues à aubes courbes. Une fonçure discontinue favorise le départ de l'air pendant le remplissage. Lorsque l'on emploie cette construction, et qu'on veut éviter le choc contre le bord extérieur des aubes, il faut évidemment que w soit dirigée suivant le rayon, on a alors :

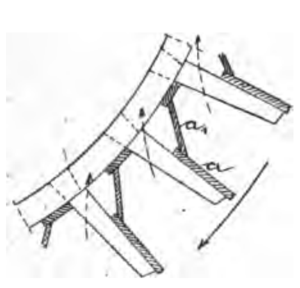


Fig. 13

$$v = u \cos \alpha$$

En substituant cette valeur à l'équation (3) et en négligeant le terme dû à la résistance du coursier, on trouverait au lieu de l'équation (5) :

$$T_m = \Pi Q (H - h)$$

Ce mode de fonctionnement serait donc moins avantageux que celui auquel conduit l'équation (3), puisqu'on perdrait entièrement la hauteur h, mais nous n'avons pas tenu compte de l'effet dû à la réaction sur la *contre-aube* ; pratiquement, la hauteur h n'est donc pas entièrement perdue.

16. — *Conditions pratiques d'établissement du vannage en déversoir.* — La formule qui donne le débit, en fonction de la largeur a du déversoir et de la profondeur h' du seuil en dessous du niveau d'amont prolongé (fig. 14) est, comme on le sait :

Fig. 14

$$Q = \frac{2}{3} \theta a h' \sqrt{2 g h'}$$

θ est un coefficient qui dépend en partie de la contraction plus ou moins grande de la veine, aussi bien dans le sens latéral que sur le seuil. Dans les roues hydrauliques, l'étranglement latéral est presque nul, la hauteur h' s'élève toujours au moins à $0^m,10$; on a alors, d'après les expériences de Castel :

Digitized by Google

$$\theta = 0,665$$

Le chiffre trouvé par Poncelet se rapproche beaucoup de celui-ci. Nous avons supposé que le seuil présente une arête tranchante qui permet à la pression atmosphérique de s'établir dans la section *ab*; lorsque le seuil présente beaucoup de largeur dans le sens des filets, avec une courbure assez faible pour que la veine s'y attache (fig. 15), les conditions de l'écoulement sont modifiées; l'expérience indique alors qu'il faut prendre [1] :

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58$$

D'où :

$$\frac{2}{3}\,\theta = 0,385$$

On a pour l'épaisseur de la veine :

$$h'' = \frac{2}{3}\,h'$$

La hauteur motrice n'est alors, dans la section *ab*, que la hauteur sur le point *a*; on peut vérifier qu'il en est bien ainsi, car en supposant que les filets traversent la section *ab* à peu près horizontalement, et, en remarquant que la hauteur sur le point *a* est :

$$h' - h'' = \frac{1}{3}\,h'$$

il vient, pour le débit :

$$Q = \frac{2}{3}\,h'a\sqrt{2g\,\frac{h'}{3}} = \frac{2}{3}\,\frac{1}{\sqrt{3}}\,h'a\sqrt{2\,gh'}$$

ce que l'expérience fournit précisément dans ce cas, attendu que :

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

1. *Haton de la Goupillière*. Cours de Machines, p. 67 à 69. Il existe d'autres formules, notamment celles de Weisbach, Boileau, etc., qui donnent des résultats peu concordants avec celle que nous employons. *Revue universelle des Mines*, 2e série, t. XI, p. 511.

Voir une étude récente sur ce sujet par M. Bazin (Annales des Ponts et Chaussées), ainsi que Experiments on « Measurement of Water on Weirs », par Donkin et Salter, *Minutes of Proceedings of the Institution of C. E.* vol. 83, année 1886.

Digitized by Google

Il y aurait quelque difficulté à suivre une marche tout à fait rigoureuse pour le tracé du déversoir, nous procéderons de la manière suivante :

Remarquons d'abord que la veine, au moment où elle traverse la section *ab*, (fig. 15) possède, dans tous ses filets, à peu près la même vitesse que si elle s'écoulait du vannage $m_o\ n_o$ (fig. 16), supposons que le seuil de ce dernier soit prolongé par le coursier $n_o\ n$, et proposons nous de déterminer l'arc qui lui sert de directrice, de telle manière que la veine liquide reste en contact avec lui.

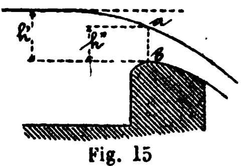


Fig. 15

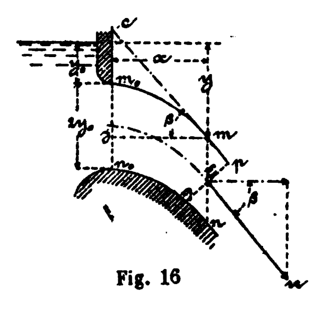


Fig. 16

On a, par l'équation de continuité, en appelant u la vitesse d'un filet dans la section *mn*, et β l'angle qu'elle forme avec l'horizontale :

$$mn \times u \cos \beta = \text{constante}$$

et, puisque :

$$u \cos \beta = \text{constante} = u_o$$

On a aussi

$$mn = \text{constante} = m_o n_o$$

Pour tracer le coursier, il suffira donc de prendre une courbe $n_o n$, équidistante de celle $m_o m$, que suit librement le filet superficiel.

Soient

y la hauteur d'eau sur le point m,
y_o la hauteur sur le point m_o,
x la quantité *md*.

La parabole décrite par le filet a pour équation :

$$x^2 = 4\, y_o\, (y - y_o)$$

Or, menons par m la tangente mc à l'arc mm_o en remarquant que l'angle *cmd* est égal à β, et que

$$cd = 2\, m_o d = 2\,(y - y_o)$$

on a :

$$tg\ \beta = \frac{2\,(y - y_o)}{x} = \sqrt{\frac{y - y_o}{y_o}}$$

ou réciproquement :

Digitized by Google

$$y = y_0 \,(1 + tg^2 \beta) = y_0 \, \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

en faisant usage de l'équation de la parabole, on trouve aussi :

$$x = y \sin 2\beta$$

On peut, en se donnant à l'avance β, trouver la valeur de y, c'est-à-dire la quantité dont le point m est situé sous le niveau d'amont.

L'épaisseur *normale* de la veine au point E sera :

$$mn \cos \beta, \quad \text{ou} \quad 2\, y_0 \cos \beta$$

L'angle β peut être choisi par les considérations suivantes :

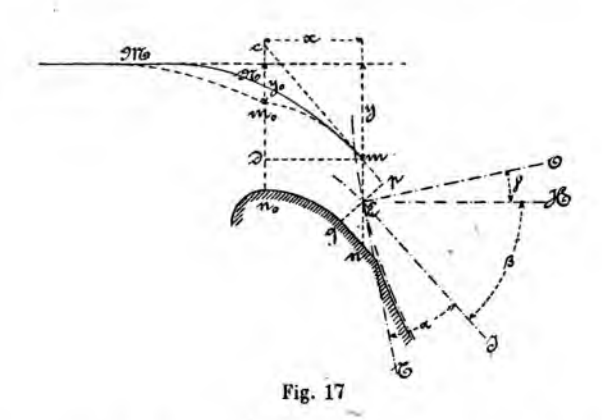


Fig. 17

Le filet moyen EI (fig. 17) doit faire avec la tangente ET un angle α donné; nous avons vu (14) qu'on prend

$$\alpha = 30 \text{ à } 45^0$$

Le centre de la roue O, doit être situé plus haut que le niveau d'amont, on peut se donner l'inclinaison γ du rayon OE sur l'horizontale ;

L'angle β sera donc :

$$\beta = 90^0 - (\alpha + \gamma)$$

Digitized by Google

Pour $\gamma = 15°$, et $\alpha = 30°$, on a $\beta = 45°$.

Faisons en sorte que $u = 2$ mètres.

il faudra prendre

$$u_0 = u \cos \beta = 2 \cos 45^0 = 1^m,414$$

or,

$$\frac{u_0^2}{2g} = {}_0$$

d'où

$$y_0 = 0^m,102$$

cette quantité représente aussi la demi-épaisseur mE, de la veine, mesurée verticalement.

On a

$$y = \frac{y_0}{\cos^2 \beta} = 0^m,204$$

Le point E sera sous le niveau d'amont, à la distance

$$y + m\text{E} = 0,306$$

L'épaisseur normale pq de la veine, au point d'entrée, est :

$$e = mn \cos \beta = 0^m,144$$

La distance horizontale x, qui sépare les sections $m_o n$ et mn est, comme nous l'avons vu plus haut :

$$x = y \sin 2 \beta = 0,204$$

En résumé, la marche à suivre sera la suivante : ayant calculé comme ci-dessus les divers éléments en se donnant les valeurs de α, γ, et u, on pourra fixer sur un tracé la position du point E relativement au niveau d'amont MN, tracer la ligne EI, formant avec l'horizontale l'angle β, porter sur la verticale

$$\text{E}m = \text{E}n = y_0$$

calculer x et tracer la section $m_o n_o$, enfin, tracer la parabole mm_o, ainsi que l'arc parallèle nn_o.

En réalité, la surface libre de l'eau, ne pouvant présenter la courbure discontinue $\text{M}m_o m$, le vannage en déversoir ne peut être, en toute rigueur, substitué à celui de la figure 16, mais on possède, dans la

Digitized by Google

mobilité du vannage, un moyen de régler le débit de manière à admettre sur la roue le volume Q par seconde ; la vitesse u, et l'épaisseur de la veine au point E, ne pourront différer beaucoup des valeurs prévues.

17. — *Largeur de la roue.*

Soit a la largeur utile de la roue, égale à celle du déversoir, on a :

$$Q = u_0 \times 2\,y_0 \times a$$

d'où

$$a = \frac{Q}{2\,y_0\,u_0}$$

Si, en employant les valeurs fixées au numéro précédent, et qui sont :

$$u_0 = 1^m,414$$
$$y_0 = 0,102$$

on était conduit à une largeur de roue dépassant 5 mètres, ou si, d'une manière générale, on veut alléger la roue ou rendre sa construction plus économique, on accepte comme base du calcul du déversoir une vitesse u supérieure à 2 mètres, on augmente ainsi à la fois u_o et y_o, et, par conséquent, la largeur de la roue diminue très rapidement (on reconnaît que la largeur varie en raison inverse du cube de la vitesse admise).

18.— *Profondeur des aubes.*— Pour régler la profondeur b de l'aubage, il faut avoir égard au *coefficient de remplissage*, celui-ci ne peut être supérieur à $\frac{1}{3}$ lorsque la fonçure est continue, et qu'aucune disposition spéciale n'est prise pour le départ de l'air, tandis qu'on peut le prendre égal à $\frac{1}{2}$ lorsque le système de construction est celui des figures 11, 12 et 13.

Adoptons le coefficient $\frac{1}{2}$, le volume engendré par l'aube qui se déplace, pendant une seconde, est :

$$abv$$

et le volume d'eau admis pendant le même temps est :

$$aeu$$

on doit avoir :

$$abv = 2\,aeu$$

Digitized by Google

d'où

$$b = 2 \frac{u}{v} e$$

D'ailleurs, on connait, d'après le tracé d'aubes que l'on veut adopter, le rapport entre u et v (15). Si l'on a égard à la condition du maximum d'effet, on prend

$$v = \frac{1}{2} u \cos \alpha$$

d'où

$$b = \frac{4e}{\cos \alpha}$$

qui, pour $\alpha = 30°$ donne $b = 4{,}6 e$.

Si, au contraire, on adopte des aubes dirigées suivant les rayons,

$$v = u \cos \alpha$$

et

$$b = 2{,}3\, e$$

La distance des aubes ne peut être fixée convenablement par la théorie ; on peut dire seulement, pour que le remplissage ait lieu dans les conditions supposées, que cette distance ne peut être augmentée au delà de certaines limites, puisque sans cela l'eau serait reçue, à la fin du passage d'un compartiment devant le déversoir, sous une hauteur très supérieure à h.

D'autre part, dans les roues non ventilées, la distance de deux aubes doit être plus grande, afin d'augmenter la durée pendant laquelle l'air peut s'échapper par la circonférence extérieure

On obtient généralement de bonnes dimensions en prenant pour la distance d des aubes, une quantité comprise entre $0{,}8\, b$ et b

19. — *Epaisseur de la nappe d'eau à l'aval.* — Soit e_1 cette épaisseur, on a, par la condition de continuité :

$$e_1 v = eu$$

d'où

$$e_1 = \frac{u}{v} e$$

c'est-à-dire que e_1 est précisément égal à la moitié de la longueur des aubes projetée sur le rayon, lorsque l'on adopte un coefficient de remplissage égal à $\frac{1}{2}$, ce qui devait évidemment avoir lieu.

Digitized by Google

20. — *Rayon de la roue.* — Soit R ce rayon, on a (fig. 18) :

$$R = OP + H - AE + e_1$$

D'où

$$R (1 - \sin \gamma) = e_1 + H - AE$$

on a vu que, pour obtenir $u = 2$ mètres, il faut (fig. 17) avec $\gamma = 15°$:

$$y + mE = 0,306$$
$$e = 0,144$$

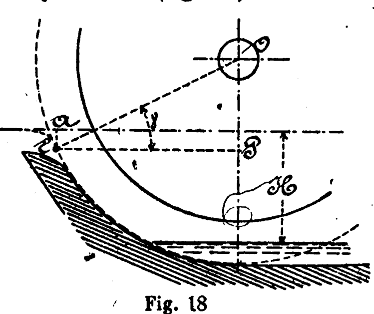


Fig. 18

c'est-à-dire que, pour $v = u \cos \alpha$, et $\alpha = 30°$.

$$e_1 = 0,166$$

d'où

$$R = 1,36 \, (H - 0,14)$$

21. — *Mode de construction des roues de côté.* — Les roues étaient autrefois construites exclusivement en bois, le fer n'y entrait qu'à l'état de frettes ou de couvre-joints pour la consolidation des assemblages [1]. Le fer et la fonte permettent d'obtenir des roues plus rigides, le bois n'est plus guère employé que pour la construction des aubes et du vannage.

Dans les bons spécimens [2], la roue est composée de deux ou plusieurs plans de bras, suivant sa largeur ; le nombre de bras à adopter dans chaque plan est donné par la formule empirique suivante :

$$n = 2 \, (R + 1)$$

Ainsi, pour un rayon de 2 mètres, on adopterait 6 bras.
» 3 mètres, » 8 bras.
et ainsi de suite.

Les bras sont assemblés, au centre, sur des plateaux en fonte à nervures, ou tourteaux, calés sur l'arbre, et à l'extérieur, avec des couronnes de forme circulaire, qui servent d'appui aux coyaux supportant les aubes ; les couronnes sont réunies par la fonçure, lorsque celle-ci existe.

1. Portefeuille des Machines. — 1865, pl. XIX et XX.
2. Redtenbacher. — Theorie und Bau der Wasserrader, pl. IV, V, VI et XXIV. — On trouve de beaux exemples de roues de construction moderne, et notamment de la roue de côté à tête d'eau, de la roue Sagebien, et de la roue à augets en dessus, dans l'atlas du Traité théorique et pratique d'Hydrauliqu appliquée, par L. Vigreux. — Paris, E. Bernard et Cᵒ.

Digitized by Google

Un cercle denté, servant à actionner la transmission, est boulonné latéralement contre l'une des faces; dans ce cas, toute la roue étant sollicitée par torsion, doit être consolidée au moyen de tirants en fer diagonaux s'étendant entre les couronnes ; lorsque les roues sont de grand diamètre relativement à leur largeur, ce qui arrive surtout pour les roues à augets (§ VI), les bras sont entretoisés au moyèn de tirants croisés.

On a aussi réalisé des roues en fer, dites à suspension, dans lesquelles les pièces sont principalement sollicitées par traction, et peuvent être plus légères.

La figure 19 indique le mode de construction d'un coursier en bois ; comme toutes les parties en sont presque toujours noyées, le bois se trouve dans de bonnes conditions de conservation (1).

Un certain nombre de traverses *t*, noyées dans la maçonnerie de fondation, et se prolongeant jusque sous les bajoyers, servent d'appui aux longrines courbes *l*, sur lesquelles s'appliquent les madriers garnissant le coursier. Le vannage s'efface dans une poche ménagée à l'amont, il glisse entre les pièces fixes c, c_1, formant un cadre rigide entretoisé ; le bord supérieur de la vanne est garni d'un seuil courbe en tôle ou en fonte, dont le tracé a été indiqué au n° 16.

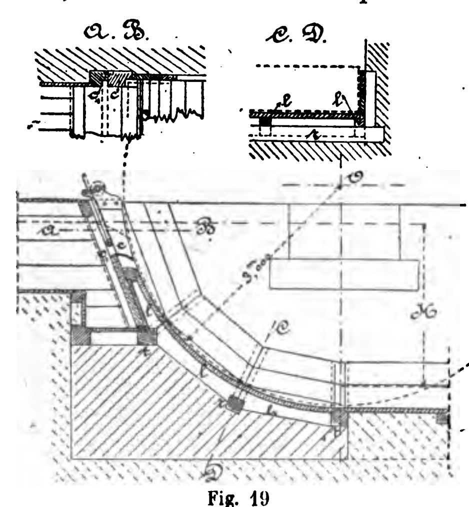


Fig. 19

La roue doit être montée avec un jeu aussi faible que possible (un centimètre tout au plus) et, afin d'éviter les fuites (2) on fait en sorte que la largeur *a* de la veine qui s'échappe au-dessus du déversoir, soit un peu inférieure à la distance comprise entre les bajoyers (section AB, figure 19).

A l'amont, le canal d'alimentation doit présenter assez de section pour que la perte de chute ne soit pas trop considérable, il n'y a pas de règle fixe

1. Voir sur la construction des coursiers en béton de ciment, au moyen de de cintres et de formes en bois, le « Civil Ingenieur. » — 1885, p. 65.

2. Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur, etc., et Redtenbacher, ont calculé la perte d'effet résultant des fuites.

Digitized by Google

à ce sujet, la vitesse doit être d'autant plus réduite que le bief est plus long.

Le canal de fuite se raccorde tangentiellement avec le coursier; on adopte pour ce canal un fond en pente, de manière à ralentir progressivement la vitesse de l'eau. Pour les conditions de fonctionnement habituelles, la vitesse v avec laquelle l'eau quitte la roue, est d'environ un mètre par seconde, et la profondeur e_1 à l'aplomb de l'axe est comprise entre 0,15 et 0,20 (20) on donne au canal de fuite une profondeur double ou triple.

La roue de côté est applicable à des chutes inférieures à $2^m,50$; au-delà elle devient lourde et coûteuse, et sa vitesse angulaire de rotation est très lente. On estime que les roues de côté, en fer et fonte, pèsent environ 500 kilogrammes par cheval de puissance.

22. — *Rendement.* — La formule (5) établie au nº 14, suffisante pour rechercher les meilleures conditions d'établissement, ne peut servir à calculer le rendement réel, même d'une manière approximative, puisqu'elle ne tient pas compte des fuites, non plus que de certaines pertes accessoires. Des expériences exécutées sur des roues bien établies, et confirmant les calculs de Redtenbacher, ont montré que le travail disponible sur l'arbre peut atteindre en moyenne 0,70 de la puissance absolue.

D'après cet auteur, la puissance absolue étant représentée par 1, les pertes calculées, pour une roue de côté de $3^m,60$ de largeur, fonctionnant sous une chute de $2^m,50$ seraient :

Perte au remplissage	0,111
Perte à la sortie	0,011
Perte due aux fuites	0,082
Perte due à la résistance de l'air	0,002
Perte due au frottement de l'eau	0,001
Perte due au frottement des tourillons [1]	0,007
Total des pertes	0,214

Effet utile : 1 — 0,214 = 0,786.

1. Avec $f = 0,08$.

Digitized by Google

§ III

ROUE AVEC VANNAGE A TÊTE D'EAU.

23. — Le vannage en déversoir n'est applicable que dans le cas où le niveau d'amont est rigoureusement constant, puisque le sommet de la vanne forme une partie essentielle du coursier, et que les conditions à l'entrée seraient notablement modifiées si la veine n'était pas distribuée à la roue à la hauteur pour laquelle le tracé a été fait.

La roue à tête d'eau convient pour les mêmes hauteurs de chute que la roue de côté proprement dite, mais elle permet une certaine variation du niveau d'amont. Elle est représentée (fig. 21) dans ses dispositions générales; elle diffère surtout de la machine qui fait l'objet du paragraphe précédent par le tracé de la partie amont de son coursier (1).

Le vannage est établi assez bas pour qu'en temps de basses eaux la vitesse d'entrée u conserve une valeur suffisante. On choisit le point C (fig. 20) qui est celui où commence la partie circulaire du coursier, à une certaine hauteur, y, sous le niveau d'amont (y=0^m,80 environ); on mène le rayon CO de la roue, faisant avec l'horizontale CN, un angle de30 à 45°, ainsi que la ligne Ct, coupant la tangente au contour de la roue sous un angle α de 20 à 30°; cette ligne, qui doit représenter la direction de la vitesse d'entrée, fait avec l'horizontale l'angle β, déter-

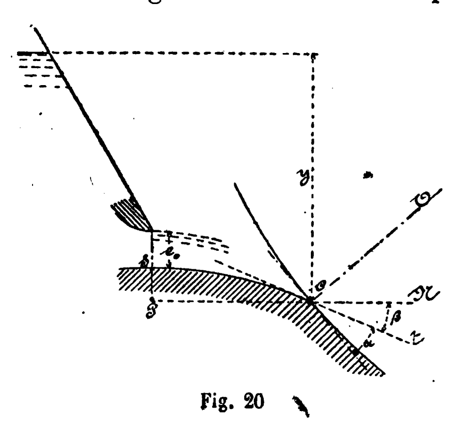


Fig. 20

1. Les roues à tête d'eau tracées par Redtenbacher, ouvrage déjà cité, pl. I et II, sont établies dans l'hypothèse où le niveau d'aval varie de 0m,50; le canal de fuite présente alors, à l'aplomb de l'axe de la roue, un approfondissement brusque; le bord des aubes est tangent au niveau d'aval lorsque celui-ci est le plus bas, et les aubes sont entièrement immergées en temps de hautes eaux.

Digitized by Google

miné ; on trace la parabole CS, tangente à Ct, et dont le sommet S est obtenu en prenant

$$\mathrm{CP} = y \sin 2\beta$$

on a par conséquent

$$\mathrm{SP} = \frac{1}{2}\,\mathrm{CP}\; tg\,\beta = y \sin^2 \beta$$

Puis, on raccorde, avec le fond du bief d'amont, le contour ainsi trouvé.

On peut vérifier que la parabole SC est celle que suivrait librement le filet liquide s'échappant horizontalement du point S et dont la vitesse serait due à la hauteur au-dessus de ce point, ce qui arrive lorsque le vannage commence à s'ouvrir. En effet, la hauteur au-dessus du point S est :

$$y - \mathrm{SP} = y - y \sin^2 \beta = y \cos^2 \beta$$

la parabole du filet aurait pour équation, en appelant V la vitesse due à la hauteur $y \cos^2 \beta$, x' et y' les coordonnées relativement à deux axes passant par le point S :

$$y' = \frac{1}{2}\, g\, \frac{x'^2}{\mathrm{V}^2} = \frac{1}{2}\, g\, \frac{x'^2}{2g\, y \cos^2 \beta} = \frac{x'^2}{4y \cos^2 \beta}$$

Pour $x' = \mathrm{CP} = y \sin 2\beta$, on a

$$y' = y \sin^2 \beta = \mathrm{SP}$$

Comme la veine a toujours une certaine épaisseur, la hauteur motrice est en réalité inférieure à celle qui existe au point S, et l'on est assuré, quelle que soit l'ouverture du vannage, que la veine suivra l'arc SC. L'épaisseur normale de l'eau au point d'entrée sur la roue, étant désignée par e, la hauteur h qui produit la vitesse u est approximativement

$$h = y - \frac{e}{\cos \beta}$$

Pour

$$\beta = 30^\circ, \quad e = 0^{m},12, \quad y = 0^{m},80$$

on trouve

$$h = 0^{m},661$$

et

$$u = \sqrt{2g\,h} = 3^{m},60$$

Digitized by Google

Il est facile de calculer l'ouverture e_0, du vannage, nécessaire pour réaliser l'épaisseur e; on adopte, pour obtenir le maximum d'effet :

$$v = \frac{1}{2} u \cos \alpha$$

ou, pour $\alpha = 20°$.

$$v = 1^m,70$$

La hauteur perdue au remplissage, (voir numéro 14, éq. 5) est :

$$h\left(1 - \frac{1}{2}\cos^2 \alpha\right) = 0,559\, h = 0^m,369$$

Lorsque le niveau d'amont s'abaisse, la vitesse u diminue, et, si l'on veut laisser à la roue la même vitesse v à la circonférence, ce qui est souvent exigé par les opérateurs, la vitesse relative d'entrée prend une inclinaison plus grande sur la tangente à la roue; il est bon d'avoir égard à cette considération dans le tracé des aubes, afin qu'elles ne soient pas frappées à revers.

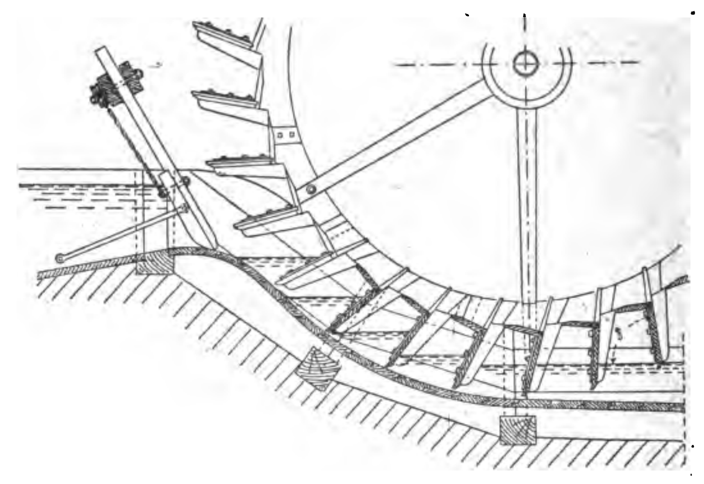


Fig. 21

Lorsque le niveau d'aval est constant, l'immersion e_1 des aubes, au point le plus bas, est donnée par la condition :

$$e_1 v = e u$$

ou

$$e_1 = e \frac{u}{v}$$

Digitized by Google

La valeur admise pour v donne :

$$e_1 = \frac{2e}{\cos \alpha}$$

Pour $e = 0,12$
on trouve

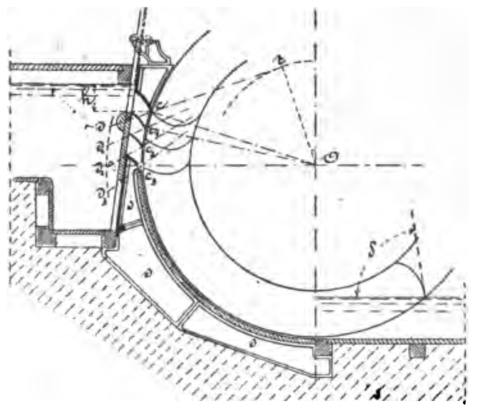
$$e_1 = 0^m,255$$

Lorsque le niveau d'aval est variable, la hauteur à laquelle on place le coursier doit être déterminée de manière à ce que, pour les plus hautes eaux, il n'y ait pas de soulèvement à la sortie; on y parvient en maintenant l'angle δ assez ouvert (fig. 21).

§ IV

ROUE DE COTÉ AVEC VANNAGE A PERSIENNES.

24. — Lorsque la chute dépasse $2^m,50$, il est impossible d'obtenir un bon tracé de roue avec vannage en déversoir, parce que la vitesse d'entrée coupe la circonférence extérieure sous un angle trop grand, à moins que l'on n'augmente le rayon de la roue, ce qui est désavantageux à d'autres points de vue. On peut, en employant des directrices, obliger la veine à suivre une direction déterminée à l'avance, et qui coupe la circonférence sous un angle convenable ; il n'est pas nécessaire alors d'augmenter le rayon, et l'on peut placer le centre de la roue sous le niveau d'amont (fig. 22). Le vannage comprend plusieurs orifices, ce qui permet, lorsque le niveau d'amont est variable, d'admettre toujours l'eau sous une charge constante ; on découvre à volonté l'un ou l'autre des orifices, cc_1, c_1c_2, c_2c_3.


Fig. 22

Digitized by Google

Pour tracer le vannage (d'après Redtenbacher) on fait en sorte que c soit situé à $0^m,30$ sous le niveau d'amont; on porte $c_1c_2 = c_2c_3 = cc_1 = 0^m,10$; le jet fait avec la circonférence un angle de 36° environ, ce qu'on obtient en menant $Oct = 36°$, en abaissant de O la perpendiculaire Ot à ct, et en décrivant la circonférence de rayon Ot; on mène des tangentes à cette circonférence par les points $c_1c_2c_3$; les centres $dd_1d_2d_3$ des cloisons directrices sont choisis sur les prolongements de ces tangentes, à une distance du contour de la roue égale à $0^m,50$. Lorsque l'orifice supérieur est ouvert (en temps de hautes eaux), on a pour la vitesse de tous les filets de la section cc_1 (1)

$$u = \sqrt{2gh} = 2^m.40$$

Au fur et à mesure que le niveau d'amont descend, on découvre le second, puis le troisième orifice. L'angle d'entrée conserve toujours la même valeur, ainsi que la charge qui produit l'écoulement, le tracé des aubes convient donc quelle que soit la variation du niveau.

Les aubes peuvent recevoir à volonté, soit une forme brisée, soit une forme courbe (2); l'angle δ est assez ouvert pour que les cloisons ne soulèvent pas l'eau à la sortie.

Lorsque la hauteur devient de plus en plus grande relativement au rayon, cette roue se rapproche de plus en plus de la roue à augets, avec laquelle elle présente une grande analogie théorique.

§ V

ROUE SAGEBIEN ET ROUE ZUPPINGER.

25. — La *roue Sagebien* (3) est l'une des modifications les plus inté-

1. Si le jet s'échappait à l'air libre, la pression atmosphérique s'établirait dans la section de sortie, et toutes les vitesses seraient différentes; mais l'eau est reçue sur une aube de la roue, où elle continue son mouvement; la pression s'établit donc dans la section cc_1 suivant la loi hydrostatique.

2. Redtenbacher. Pl. VII. — C. Bach, *Die Wasserrader*. — Stuttgard, 1886, pl. 11, 15, 16.

3. M. Martin Grübler a publié, dans le « *Civil Ingenieur,* » 1876, p. 409, un important mémoire intitulé : Zur Theorie mittelschlachtiger Wasserrader und des Sagebien Rades.

Digitized by Google

ressantes de la roue de côté; elle présente, à un plus haut degré encore que le type primordial, les caractères qui ressortent de la théorie générale. Elle est représentée figure 23, et ses particularités les plus saillantes sont :

1° L'absence de tout ouvrage spécial destiné à amener l'eau sur la roue autrement que dans une direction horizontale; le vannage établi à l'amont ne sert qu'à arrêter le moteur, et s'efface pendant le fonctionnement.

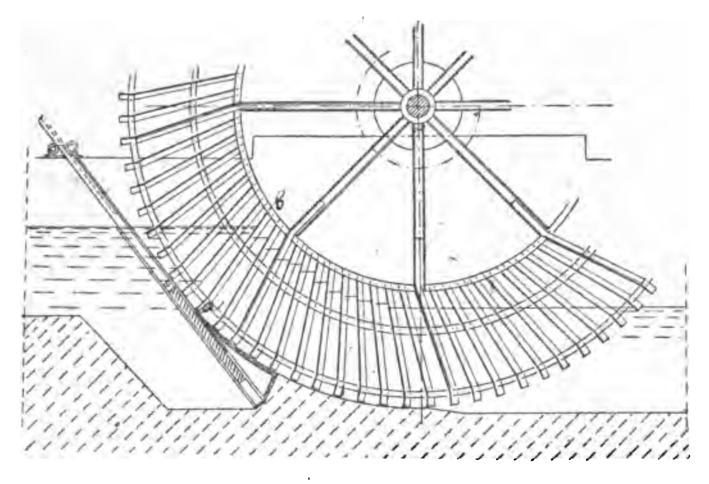


Fig. 23

2° La grande longueur des aubes, et leur inclinaison en arrière du rayon ; elles sont terminées, il est vrai, par un élément droit de peu de longueur ($0^m,10$), mais le but de cette disposition est d'éviter les broutements qui ne manqueraient pas de se produire, entre les aubes et le coursier, au passage des corps étrangers entraînés.

L'inclinaison des aubes est choisie de manière à ce qu'elles pénètrent dans l'eau d'amont sous un angle assez ouvert sans que l'on doive trop augmenter le rayon; à l'aval, cette disposition, qui serait défectueuse pour une roue rapide parce qu'elle soulèverait l'eau, n'occasionne ici aucun inconvénient, à cause de la faible vitesse donnée à la roue.

La théorie de cette machine est extrêmement simple, la vitesse à la circonférence, réduite à $0^m,60$ ou $0^m,70$ par seconde, combinée avec la direction des aubes et la grande épaisseur (donc la faible vitesse) de l'eau affluente, permet de négliger à la fois le frottement sur le coursier,

Digitized by Google

la perte au remplissage, et la perte à la sortie, de sorte que le rendement n'est, en fin de compte, affecté que par les fuites; celles-ci sembleraient, au premier abord, devoir être plus importantes que dans la roue ordinaire, à cause de la grande longueur des aubes et de la lenteur de marche, mais l'eau étant reçue sous une forte épaisseur, la roue est relativement peu large.

Le tracé des vitesses montre que la perte à l'entrée est pratiquement nulle, car la vitesse w est convenablement dirigée, et la roue n'a pas de fonçure.

Des expériences au frein très nombreuses [1], faites surtout par Tresca, établissent que le rendement de cette roue peut dépasser 0,90, en y comprenant les transmissions; le jaugeage de l'eau a été fait en suivant, au moyen d'un flotteur, le niveau de la surface libre entre deux aubes successives. Il a été constaté aussi que cette roue conserve presque toujours un rendement supérieur à 0,80, même lorsque les niveaux varient considérablement, et que la chute devient très faible. Rühlmann [2] a relevé, sur une chute extrêmement réduite de $0^m,284$, un rendement de 0,75.

Le seul inconvénient de la roue Sagebien est sa grande lenteur de marche; elle serait fort encombrante pour des chutes supérieures à $1^m,50$, (le diamètre extérieur atteint parfois 11 mètres, et la largeur 6 mètres); pour les petites chutes, qui seraient à peine utilisables au moyen d'autres moteurs hydrauliques, elle constitue au contraire, une machine très parfaite; elle a généralement des longueurs d'aubes de 1 mètre à $1^m,30$; exceptionnellement, avec une longueur de 2 mètres et une vitesse de $0^m,80$ par seconde, on a pu écouler un débit de 1.000 à 1.200 litres par mètre de largeur de roue. Les aubes sont toujours très rapprochées, le pas est de $0^m,20$ à $0^m,30$.

La profondeur du bief d'amenée est égale à la hauteur de chute; la longueur des aubes vers le centre est déterminée de manière à ce que l'eau ne déborde pas vers l'intérieur par suite du manque de fonçure, il suffit pour cela que l'aube ab, qui vient de dépasser le *col de cygne* par son arête extérieure, s'élève au-dessus du niveau de l'eau par son arête intérieure. La roue est noyée à l'aval, d'une quantité égale à la hauteur d'eau se trouvant entre les aubes au moment où elles quittent

1. Revue universelle des Mines, 1re série, tome XXXV, p. 12. (Revue des Machines motrices à l'Exposition de Vienne, par M. Dwelshauvers-Dery).
2. Allgemeine Maschinenlehre, t. I, p. 351.

Digitized by Google

la partie courbe du coursier à l'aval; lorsque les niveaux varient, les aubes doivent être prolongées suffisamment pour que l'eau ne puisse jaillir vers l'intérieur.

26. — ***Roue Zuppinger*** (1). — Cette machine (fig. 24), ressemble en principe à la précédente, sauf que les aubes présentent une courbure qui a l'avantage de faciliter leur émersion à l'aval; le vannage est en déversoir, comme pour la roue de côté normale, mais l'aube est tracée de manière à éviter la perte au remplissage; ces roues peuvent avoir un rayon inférieur à celui de la roue Sagebien, leur vitesse à la circonférence est d'environ 1 mètre par seconde.

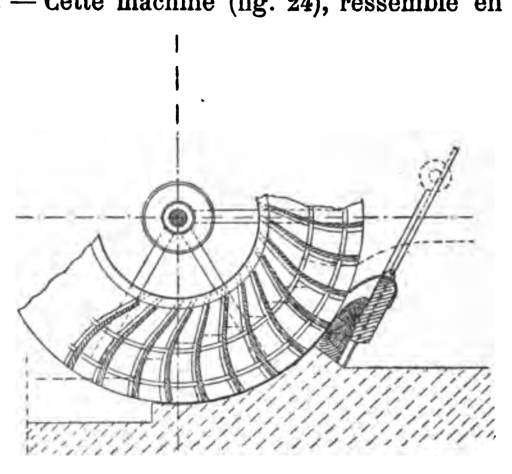


Fig. 24

Les roues Sagebien et Zuppinger ont la plus grande analogie avec les *roues à la Hollandaise*, qui servent aux épuisements de grands volumes à faible profondeur, et qui sont établies par conséquent dans un but opposé; les roues à la Hollandaise (voir 7e fascicule) comportent également les variétés à aubes droites et à aubes courbes.

§ VI

ROUE A AUGETS (2).

27. — Lorsque la chute atteint et dépasse 4 mètres, aucune des dispositions examinées jusqu'ici ne peut convenir; les diamètres deviennent, en effet, beaucoup trop grands, les roues sont coûteuses d'établissement,

1. C. Bach. — Ouvrage cité, pl. 19, 20, 21.
2. Publication industrielle d'Armengaud, t. II, pl. 38.

Digitized by Google

et ont l'inconvénient de tourner fort lentement; on emploie alors soit la ***roue à augets***, soit la ***roue à augets de poitrine*** avec vannage à persiennes, qui ne diffère pas essentiellement de celle décrite au § III.

Dans la roue à augets, l'eau est reçue au sommet du diamètre vertical passant par l'axe (fig. 25), le vannage est prolongé par un conduit

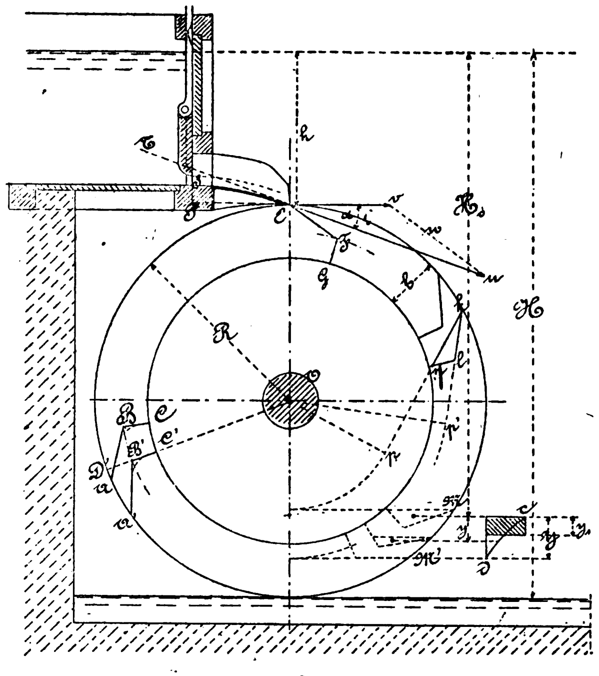


Fig. 25

ouvert à la partie supérieure, destiné à insérer avec précision l'eau dans la roue; les augets ne sont que partiellement remplis, et ils se déversent dans le bief inférieur; le point où l'eau quitte la roue dépend du diamètre de celle-ci, de la vitesse, du coefficient de remplissage, et du tracé des cloisons.

Le déversement a lieu progressivement, par suite de l'inclinaison croissante des cloisons, et le travail de l'eau est perdu à partir du moment où elle quitte la roue. Au point de vue du travail recueilli, les choses se passent comme si l'auget se déversait brusquement, dans une position intermédiaire entre celle où il commence à abandonner le liquide, et celle où le déversement est complet. Désignons par H_1 la

Digitized by Google

hauteur comprise entre ce point et le niveau d'amont, hauteur pour le moment inconnue, mais que nous pourrons évaluer plus tard.

On peut admettre que l'eau, au moment où elle quitte l'auget, possède la même vitesse que la roue; ce n'est que plus tard, en effet, et sous l'influence de la pesanteur, qu'elle acquiert une vitesse plus grande.

Pendant le remplissage, l'eau possède la vitesse absolue u, faisant avec la circonférence l'angle α; soit v la vitesse à la couronne, la vitesse relative est w, et l'on admet que la hauteur correspondante à cette vitesse, soit $\frac{w^2}{2g}$, est perdue [1].

Par suite de ces considérations, on peut appliquer à la roue à augets l'équation déjà trouvée au numéro 14, en ayant soin d'y remplacer H par H_1, et de supprimer le terme dû au frottement de l'eau sur le coursier. On obtient, pour le travail recueilli, en prenant

$$v = \frac{1}{2} u \cos \alpha$$

$$T_m = \Pi\, Q \left[H_1 - h \left(1 - \frac{1}{2} \cos^2 \alpha\right)\right]$$

h est la hauteur génératrice de la vitesse u.

On a, tout d'abord, le même intérêt à réduire α que pour la roue de côté, mais en outre, cette valeur règle l'inclinaison de l'auget sur la circonférence, ainsi que le point où se produit le déversement de l'eau; il y a donc ici toutes raisons de réduire la valeur de α, qui ne doit pas dépasser 15 à 20°.

28. — *Eléments du vannage.* — On connaît les niveaux d'amont et d'aval (fig. 25), on se donne la vitesse absolue u avec laquelle l'eau arrive au sommet de la roue, on en déduit

$$h = \frac{u^2}{2g}$$

h étant la hauteur nécessaire pour créer cette vitesse. Le sommet E de la roue est ainsi déterminé (on raisonne provisoirement comme si

1. En réalité, l'eau agit plus ou moins par réaction sur la cloison brisée ou courbe de l'auget; elle acquiert d'autre part, avant d'atteindre la surface libre du compartiment, un supplément de vitesse qui augmente la perte.

Digitized by Google

l'épaisseur de la veine était nulle, ou réduite à celle d'un filet). La roue doit être tangente au niveau d'aval, on peut donc déterminer le rayon R:

$$R = \frac{H - h}{2}$$

On mène par E la tangente ET au filet, faisant avec la circonférence, donc avec l'horizontale, un angle α; on prend

$$EP = h \sin 2\alpha$$

et on mène la parabole ES tangente à ET, et dont le sommet S se trouve sur la verticale du point P, on a

$$PS = h \sin^2 \alpha$$

Par le même raisonnement que celui déjà établi au numéro 23, on sait que la courbe SE peut servir de directrice au filet sortant du vannage, pour toute hauteur sur le point E égale ou inférieure à h [1].

Soit e l'épaisseur normale de la veine, au moment où elle atteint la roue, la hauteur motrice est:

$$h - \frac{e}{\cos \alpha}$$

On sait que l'épaisseur, mesurée verticalement, est partout égale à l'ouverture e_0 du vannage, on a donc:

$$\frac{e}{\cos \alpha} = e_0$$

et la valeur de la vitesse peut être calculée exactement ainsi que le débit pour une largeur a; on prend ordinairement:

$$u = 3^m,00$$
$$e = 0^m,10$$
$$\alpha = 20^\circ$$

On peut aussi avoir à établir les roues à augets de manière à réaliser

1. Pour une hauteur supérieure, au contraire, l'eau pourrait ne pas adhérer à la paroi SE, et s'échapper sous un arc plus tendu; elle atteindrait la roue sans être dirigée, et au delà du point E.

Digitized by Google

une vitesse augulaire, ω, déterminée à l'avance; en ce cas, soit R le rayon de la roue, on a:

$$v = \omega R$$

on a du reste,

$$v = \frac{1}{2} u \cos \alpha$$

ou

$$u = \frac{2v}{\cos \alpha} = \frac{2 \omega R}{\cos \alpha}$$

Cette vitesse devant être produite par la hauteur $h - e_0$, on a:

$$u^2 = 2g \ (h - e_0)$$

ou

$$2 \omega^2 R^2 = g \ (h - e_0) \cos^2 \alpha$$

En joignant à cette équation la condition:

$$H = 2R + h$$

On peut déterminer R et h; mais on peut être conduit ainsi à une valeur de h assez grande, incompatible avec un bon rendement.

29. — *Tracé des augets.* — Pour faciliter le remplissage de la roue, on ne peut employer l'artifice dont on use dans la roue de côté, et qui consiste à ménager des vides dans la fonçure (1), on est obligé pour cette raison, ainsi que pour retarder le déversement, d'adopter un coefficient de remplissage ne dépassant pas $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{3}$; la profondeur des augets est déterminée en conséquence.

La direction adoptée pour u permet de tracer l'auget, car la vitesse v de la roue est donnée par:

$$v = \frac{1}{2} u \cos \alpha$$

1. On a cependant tourné cette difficulté dans quelques roues, voir notamment C. Bach, ouvrage cité pl. 7. — *Praktische M. C.*, 1875, p. 125. — *Publication industrielle* d'Armengaud, t. IV, pl. 34.

Digitized by Google

La vitesse w étant connue en direction, on trace le premier élément de l'augét, EF, parallèlement à w; les cloisons formant les compartiments ont un contour brisé, dont le sommet F se trouve sur une circonférence partageant b en deux parties égales.

Redtenbacher donne, pour déterminer l'espacement des augets, la règle suivante: ayant tracé, comme il vient d'être dit, l'une quelconque des cloisons, A'B'C', on prolonge le rayon OC' jusqu'au point D' on prend

$$D'A = \frac{1}{5} D'A'$$

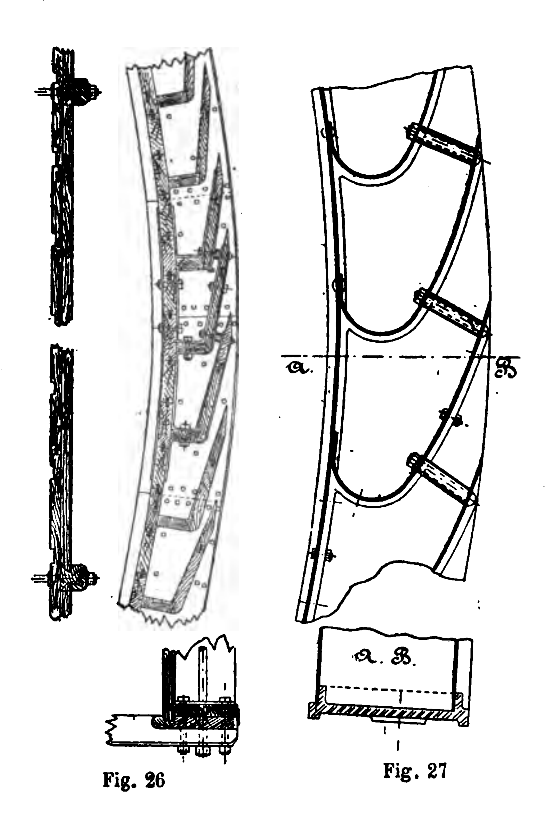


Fig. 26
Fig. 27

L'espacement à adopter pour les aubes est A'A; ce tracé a pour effet de produire un certain recouvrement des augets.

Pour des roues en tôle [1] il est plus facile de réaliser le contour continu (fig. 27), que le contour brisé adopté pour les roues en bois (fig. 26).

30. — *Calcul de* H_1. — Pour déterminer, soit le travail recueilli, soit le rendement, il faut connaître les circonstances du déversement; il y a lieu de distinguer deux cas:

Premier cas. — *Roues à marche lente.* — La force centrifuge n'a pas d'influence sensible sur la forme d'équilibre de la surface de l'eau contenue dans les augets; on connaît, d'après le coefficient de remplis-

1. C. Bach, pl. 3, 4, 5. — Redtenbacher, pl. XVIII.

Digitized by Google

sage adopté, le volume d'eau reçu dans chaque compartiment; on cherche la position M (fig. 25), pour laquelle la surface libre atteint le bord de la cloison, ainsi que la position M' pour laquelle l'auget est complètement vidé; on abrège cette recherche en opérant de la manière suivante: on prend un auget quelconque, on mène la ligne *kn*, de manière à intercepter le volume V_o reçu dans l'auget, on abaisse O*p*, perpendiculaire à la surface *kn*, prolongée, et on ramène O*p* sur la verticale passant par le centre; on opère de même à l'égard de O*p*' perpendiculaire au prolongement de *kl*.

Entre les positions M et M', le volume d'eau contenu dans l'auget diminue progressivement, et si l'on trace un auget quelconque, on détermine facilement, et le volume V qu'il renferme, et le centre de gravité de ce volume, situé à une distance y en dessous de celui de l'auget M; on trouve donc, pour le travail cédé à la roue entre les positions M et M':

$$\Pi \int_0^Y V \, dy$$

L'intégration peut se faire d'une manière suffisamment exacte en traçant la courbe *cd* des volumes, on détermine ensuite la hauteur y_1 du déversement fictif, que l'on peut substituer au déversement réel, par l'équation

$$y_1 V_0 = \int_0^Y V \, dy$$

La hauteur H_1 cherchée, est évidemment la distance comprise entre le niveau d'amont, et le niveau du déversement fictif, tel qu'il vient d'être construit, et l'on a:

$$H_1 = H_0 + y_1$$

Il résulte du tracé, que la hauteur $H - H_1$, perdue par suite du déversement anticipé, est proportionnelle au rayon ou au diamètre de la roue, pourvu que l'angle α et le coefficient de remplissage conservent une valeur constante; or, le diamètre de la roue étant $H - h$, la perte *relative* de travail, pour une roue quelconque, est proportionnelle à

$$\frac{H - h}{H} \quad \text{ou} \quad 1 - \frac{h}{H}$$

Digitized by Google

c'est-à-dire, puisque h est constant pour une même vitesse d'entrée, que cette perte relative diminue légèrement pour les petites chutes.

Le déversement est d'autant plus retardé, que l'angle α est plus faible; dans certaines roues dessinées par Redtenbacher, cet angle n'est que de 10°; enfin, le coefficient de remplissage a une grande influence sur la hauteur à laquelle se produit le déversement.

Deuxième cas. — Roues à marche rapide. — Lorsque la vitesse linéaire à la circonférence s'élève notablement au-dessus de 1m,50 par seconde, et qu'en même temps le rayon de la roue est faible, il faut tenir compte

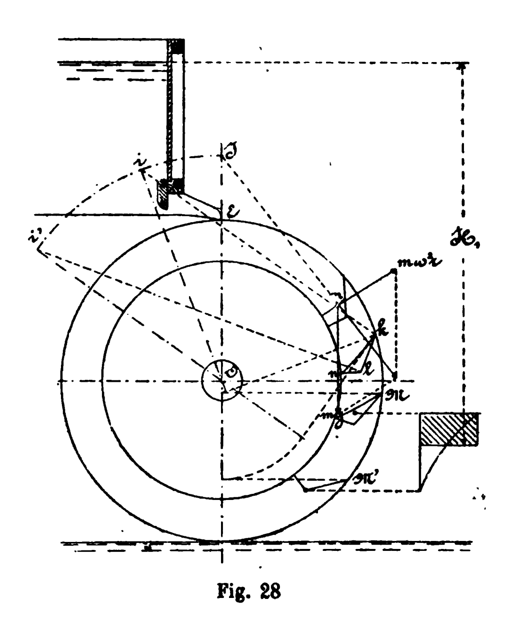


Fig. 28

de la force centrifuge qui s'exerce sur le liquide, et modifie sa forme d'équilibre.

Un point quelconque de masse m (fig. 28), appartenant à la surface libre, est sollicité à la fois par son poids mg, et par la force centrifuge $m\omega^2 r$, ω étant la vitesse angulaire, et r le rayon Om ; la résultante rencontre au point I la verticale OI passant par le centre, et l'on a

$$\text{OI} = \frac{g}{\omega^2}$$

Digitized by Google

Cette quantité étant constante, le point I est le même pour toute la surface libre, quelle que soit la position de l'auget; ce point est ainsi le centre de courbure de toutes les sections droites des surfaces cherchées.

Pour trouver la position de l'auget pour laquelle le déversement commence à se produire, on calcule la quantité OI, on trace l'auget dans une position quelconque, on cherche par tâtonnements, sur la circonférence de rayon OI, le centre *i* de l'arc *kn* déterminant dans l'auget la base *kln* du prisme d'eau admis; il suffit de ramener le rayon O*i* sur la verticale OI, en faisant tourner la roue du même angle, le point *k*, par l'effet de ce mouvement de rotation, vient se placer en M, qui est ainsi la position du bord de la cloison pour laquelle le déversement commence.

Pour chercher la position M' qui correspond au déversement complet, il faut, par le point *l*, qui représente le fond d'un auget quelconque élever la normale *li'*, à l'élément *lk*, et ramener par rotation le rayon O*i'* dans la position verticale OI.

La quantité d'eau contenue dans un auget intermédiaire est déterminée en observant que le centre de courbure de la section droite de la surface libre est le point I.

On achève, comme dans le premier cas, le calcul de la hauteur moyenne H_1.

31. — *Formules de Morin.* — Morin a établi des formules permettant de calculer le rendement des quatre espèces de roues examinées jusqu'ici; on les tire facilement de la formule générale du numéro 14, dans laquelle on peut négliger le dernier terme (provenant du frottement de l'eau sur le coursier); on peut alors mettre l'équation sous la forme:

$$T_m = \Pi Q \left(H - \frac{u^2}{2g}\right) + \Pi Q \frac{v}{g} (u \cos \alpha - v)$$

ou

$$T_m = \Pi Q (H - h) + \Pi Q \frac{v}{g} (u \cos \alpha - v)$$

Le premier terme représente le travail effectué par l'eau à partir du moment où elle est emprisonnée dans la roue; le second terme est, par conséquent, le travail cédé par l'eau pendant le remplissage, par suite du choc.

Mais, le rendement étant affecté par diverses causes, telles que les

Digitized by Google

fuites entre la roue et le coursier, lorsqu'il s'agit de roues de côté, ou le déversement anticipé, lorsqu'il s'agit de roues à augets, Morin, à la suite d'expériences, a corrigé la formule ci-dessus, en multipliant Q, pour les roues à coursier, par un coefficient inférieur à l'unité, et en affectant $H - h$ d'un coefficient de réduction lorsqu'il s'agit des roues à augets. On peut donc poser la formule unique:

$$T_m = A\,\Pi Q\,(H - h) + B\,\Pi Q\,\frac{v}{g}\,(u \cos \alpha - v)$$

en donnant à A et B les valeurs qui sont comprises dans le tableau suivant:

ESPÈCE A LAQUELLE APPARTIENT LA ROUE	A	B
Roues de côté avec prise d'eau en déversoir.	0.799	0.799
— avec vannage à tête d'eau.	0.750	0.750
— avec vannage à persiennes.	0.799	0.799
Roues à augets.	0.780	1.000

Ces coefficients sont applicables aux moteurs établis conformément aux indications théoriques exposées pour chacun d'eux, car sinon le rendement pourrait s'abaisser en dessous de toute limite.

§ VII

ROUE PONCELET A AUBES COURBES.

32. — Cette machine participe à la fois des roues hydrauliques par sa forme extérieure et son montage dans un coursier, et des turbines par le mode suivant lequel l'énergie lui est communiquée.

Digitized by Google

L'eau est reçue par un vannage de fond (fig. 29), à la partie inférieure de la roue. Considérons le filet moyen, animé de la vitesse absolue u, au moment où il rencontre la circonférence sous l'angle α ; la vitesse de la roue au pourtour étant v, l'aube est tracée de manière à ce que le choc à l'entrée soit évité, c'est-à-dire parallèlement à la vitesse relative w. On obtient la directrice AB, de la surface cylindrique de

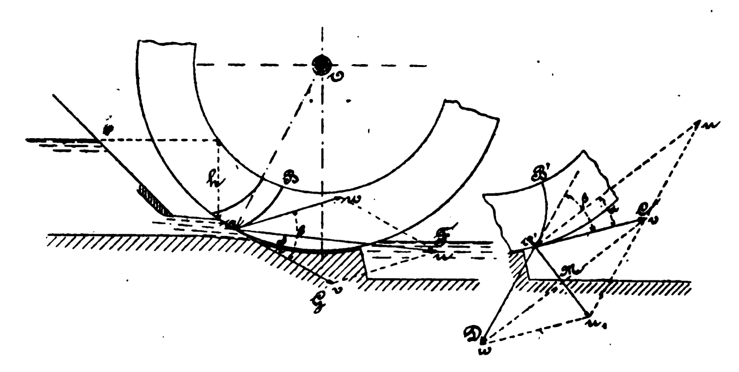


Fig. 29

l'aube, en menant une courbe (généralement un arc de cercle), tangente à la direction w.

L'eau est reçue sur la surface concave de l'aube pendant un temps très court, car les aubes sont très rapprochées; on peut, jusqu'à un certain point, considérer que les choses se passent comme si la masse liquide m était concentrée en une molécule. Sous l'influence de la pesanteur et de la force centrifuge [1], la vitesse relative w diminue peu à peu, jusqu'à devenir nulle, puis, elle reprend, en sens inverse, une valeur de plus en plus grande, jusqu'au moment où elle quitte l'aube au point A'.

Admettons, tout d'abord, que ce point soit situé à la même hauteur que le point A, et négligeons le frottement sur l'aube. Le travail des

1. Dans le mouvement *relatif* de l'eau par rapport à l'aube, la force centrifuge intervient comme force égale et contraire à la force d'entraînement lorsqu'on néglige le frottement; le poids est la seule force extérieure donnant lieu à du travail, car la réaction de l'aube sur le liquide, normale à la trajectoire du mouvement *relatif*, reste sans effet sur la variation de force vive évaluée dans le mouvement *relatif*, et il en est de même de la force centrifuge composée (42).

Digitized by Google

forces évalué dans le mouvement relatif depuis A jusqu'en A', étant nul, il en est de même de la variation de la force vive,

$$\frac{1}{2} m w^2$$

La vitesse relative de sortie en A' est donc égale à la vitesse relative d'entrée.

La vitesse absolue à la sortie est la résultante u_1, de v et w, et la force vive correspondante

$$\frac{1}{2} m u_1^2$$

est la seule perte d'effet utile dont nous ayons à tenir compte; pour évaluer cette perte par unité de temps, m doit être remplacé par la somme des masses reçues pendant une seconde, c'est-à-dire par

$$\frac{\Pi Q}{g}$$

Le travail recueilli est, par conséquent :

$$T_m = \Pi Q \left(H - \frac{u_1^2}{2g}\right)$$

Pour améliorer le rendement, il convient de réduire u_1 autant que possible; admettons que l'angle β, que fait l'aube avec la circonférence, ait été fixé; l'angle CA'D, supplémentaire de β, aura également une valeur déterminée; d'autre part, l'égalité des triangles A'DC, AFG, donne

$$DC = u$$

Dans le triangle A'DC, le côté DC et l'angle opposé ayant des valeurs constantes, le minimum de la médiane A'M ou $\frac{u_1}{2}$, correspond au cas où le triangle devient isocèle, et où l'on a

$$A'D = A'C$$

c'est-à-dire

$$w = v$$

Digitized by Google

égalité qui entraîne, comme conséquence :

$$\beta = 2\alpha$$

ou

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$

Telle est la condition qui, pour un angle β, déterminé *a priori*, donne à u_1 sa valeur minimum, et procure le maximum du rendement. Le travail recueilli a pour expression :

$$T_m = \Pi Q \left(H - \frac{u^2}{2g} tg^2 \alpha\right)$$

Et la vitesse du maximum d'effet est

$$v = \frac{1}{2} \frac{u}{\cos \alpha}$$

Cette théorie est subordonnée à la condition que les points A et A' soient au même niveau, ce qui, avec la valeur trouvée ci-dessus pour v, ne pourrait se produire que par l'effet du hasard ; néanmoins, la roue ayant toujours un rayon assez grand, le point A' peut se déplacer notablement sur la circonférence sans changer beaucoup de niveau ; on voit, cependant, que cette circonstance limite la hauteur des chutes auxquelles la roue Poncelet est applicable, attendu que l'arc AA' compris entre les points d'entrée et de sortie de l'eau, dépend à la fois des vitesses et du rayon [1].

En admettant que la hauteur h qui produit la vitesse d'entrée u, soit choisie égale à la hauteur de chute,

$$\frac{u^2}{2g} = H$$

Pour $\alpha = 15°$, on a

$$T_m = 0{,}93\ \Pi Q H$$

En réalité, le rendement des roues Poncelet ne s'élève pas, dans des conditions moyennes, au-dessus de 0,65 (il atteint exceptionnellement

1. Cette question a été complètement étudiée par Redtenbacher, ouvrage cité p. 112. — Le maximum des chutes auxquelles la roue Poncelet peut s'appliquer avantageusement est de $1^m,50$.

Digitized by Google

0,75), la théorie ci-dessus ne tient pas compte, du reste, des fuites entre la roue et le coursier, ni des angles différents sous lesquels les divers filets sont admis dans la roue, et dont α n'est qu'une valeur moyenne, ni du frottement sur les aubes, etc.

33. — *Proportions et tracé pratiques.* — On immerge la roue de $0^m,10$ à $0^m,15$, et l'on obtient le point le plus bas, P, du coursier (fig. 30). Le rayon extérieur égal au double de la chute étant porté en PO, on décrit

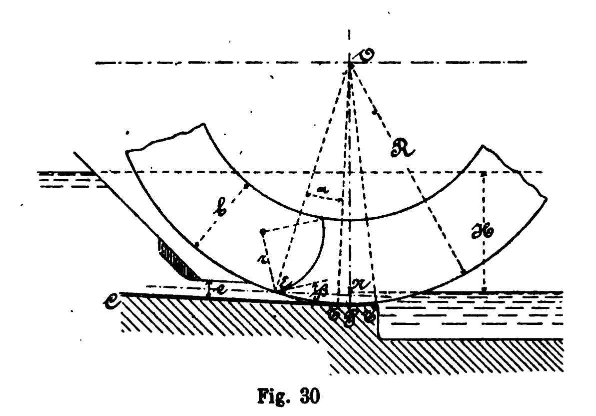


Fig. 30

la circonférence extérieure de la roue; on prend l'angle POT égal à 3°, et on mène par le point T la tangente TC, qui constitue la partie rectiligne du coursier.

L'angle TOE $= \alpha = 15°$, détermine la position du filet moyen (qui passe en E), et, par conséquent, l'épaisseur de la veine d'entrée ou l'ouverture du vannage. La directrice de l'aube doit faire avec la circonférence l'angle $\beta = 2\alpha = 30°$, son rayon de courbure r est égal à la moitié de la hauteur de chute.

Le vannage est placé aussi près que possible de la roue, on évite ainsi la perte de charge, qui, pour l'eau animée d'une grande vitesse, deviendrait très sensible ; afin de réaliser plus complètement cette condition, on incline la vanne à 45° sur l'horizon.

La largeur b de la couronne doit être déterminée de manière à ce que l'eau ne puisse franchir le bord intérieur des aubes, car, à partir de ce moment, son effet serait perdu pour la roue ; nous avons déjà vu que la force vive due à la vitesse relative w est absorbée par le travail de la pesanteur et par celui de la force centrifuge ; si on néglige ce dernier,

Digitized by Google

on aura, pour la hauteur verticale x à laquelle l'eau peut s'élever à partir du point E d'entrée :

$$x = \frac{w^2}{2g} = \frac{1}{4}\frac{u^2}{2g}\frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

ou, pour la valeur de α adoptée :

$$x = 0{,}265 \text{ H}$$

On pourrait déterminer le bord intérieur de l'aube d'après cette condition, mais la portion de liquide reçue sur l'aube n'est pas assimilable à une petite masse isolée, les premières tranches poussées par celles qui sont admises vers la fin du passage de l'aube, s'élèvent à une hauteur plus grande que x ; du reste, la vitesse w n'acquiert sa valeur normale qu'après la période de mise en train; lorsque l'on ouvre la vanne, l'eau tend à s'élever jusqu'au niveau d'amont.

L'expérience conduit à donner à la couronne une largeur égale à la moitié environ de la hauteur de chute.

Le nombre des aubes est toujours assez grand, Weisbach indique pour leur écartement normal $0^m,30$; Redtenbacher prend un nombre d'aubes constant et égal à 36, quel que soit le diamètre. Fairbairn [1] donne pour le nombre d'aubes

$$n = 10{,}4 \text{ R} + 16$$

R étant le rayon en mètres.

L'arc TT', sur lequel le coursier emboîte la roue, est de 10 à 15°; la profondeur du canal de fuite, à l'aval, doit être assez grande (0,5 à 0,6H) attendu que l'eau s'échappe de la machine presque sans vitesse.

34. — *Coursier en développante.* — Le tracé précédent a le défaut de donner, pour l'angle sous lequel les divers filets rencontrent le contour de la roue, des valeurs différentes de celle admise pour le filet moyen qui, seul, coupe la circonférence sous un angle α convenable.

On a imaginé pour remédier à cet inconvénient, le coursier en spirale d'Archimède, et le coursier en développante de cercle ; ce dernier donne une solution exacte de l'admission sous un angle constant.

1. Treatise on Mills and Millworks, t. I, cité par Rühlmann.

Digitized by Google

Pour tracer le coursier en développante, on détermine le point m (fig. 31), en donnant à l'arc Pm une valeur convenable, on construit l'angle O$mp = \alpha$, on abaisse Op perpendiculaire à mp, et l'on trace la développante $m\,m'$ de la circonférence Op en considérant m comme le point décrivant. Quelle que soit l'ouverture s du vannage, la hauteur motrice, défalcation faite de la perte de charge, conserve sensiblement la même valeur dans une section quelconque de la veine ; celle-ci doit donc avoir une épaisseur normale constante et égale à s ; or, si l'on retranche, de tous les rayons tels que pm la quantité constante s, on obtient une développante identique à la première et qui coupe la circonférence de la roue sous l'angle α ; la surface libre de la veine rencontre donc la circonférence au point n sous un angle convenable ; le même raisonnement s'appliquerait évidemment à un filet quelconque.

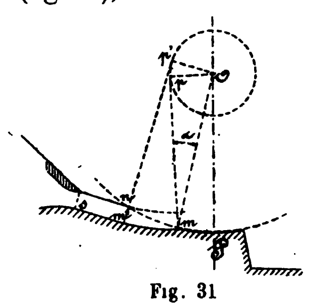


Fig. 31

§ VIII.

ROUE EN DESSOUS A AUBES PLANES.

35. — L'eau est distribuée par un vannage de fond (fig. 32), mais elle agit par impulsion sur les aubes, qu'elle rencontre à peu près normalement.

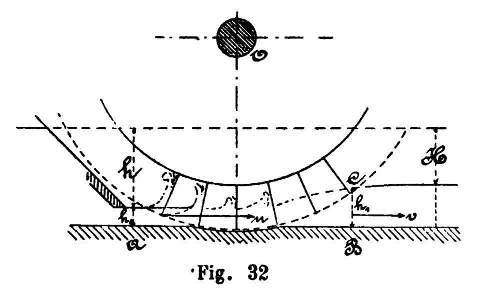


Fig. 32

Pour appliquer à cette machine la théorie générale exposée au § I, il faut observer que l'eau étant reçue dans le voisinage du niveau d'aval, on doit avoir :

$$h = H$$

Digitized by Google

D'autre part, α est très faible, et par conséquent, on peut poser

$$\cos \alpha = 1$$

Le travail recueilli a donc pour expression, si l'on néglige le frottement sur le coursier (n° 14) :

$$T_m = \Pi Q \frac{v}{g} (u - v)$$

Le maximum de cette expression correspond à

$$v = \frac{1}{2} u$$

et a pour valeur :

$$T_m = \frac{1}{2} \Pi Q \frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2} \Pi Q H$$

Le rendement de la roue en dessous, dans les circonstances les plus favorables, n'est donc que de 50 %.

On peut se faire une idée de l'emploi de la force vive totale de l'eau en construisant le carré ayant pour côté AB $= u$ (fig. 33). La force vive totale étant représentée, à une certaine échelle, par la surface de ce carré, portons BC $= v$, et achevons le partage du carré total. Le carré construit sur le côté $u-v$ représente la force vive perdue par le choc, le carré construit sur le côté v représente la force vive perdue par suite de la vitesse conservée à la sortie. Les parties non couvertes de hachures correspondent au travail recueilli ; elles atteignent leur valeur maximum, égale à la moitié du carré total, lorsque le point C est au milieu de AB, ou lorsque $v = \frac{1}{2} u$.

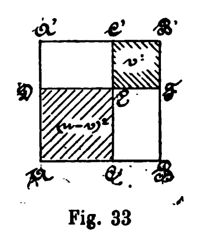


Fig. 33

La puissance abolue de la chute se partage donc de la manière suivante :

La moitié est utilisée, un quart est perdu par le choc, le dernier quart est abandonné à l'aval.

36. — Cette théorie, bien qu'elle rende à peu près compte des faits, est impartaite, car elle fait abstraction de la surélévation de l'eau, qui

Digitized by Google

se produit nécessairement par suite du passage de la vitesse u à la vitesse plus faible de l'aval, surélévation dont on peut tirer parti en établissant le vannage assez bas. La méthode basée sur le principe des quantités de mouvement projetées (ou de Bélanger), dans laquelle les actions mutuelles dues au choc s'éliminent, permet d'arriver au résultat sans qu'il soit nécessaire de connaitre la force vive perdue.

Désignons par F, F', F''..., les réactions produites sur l'eau par les différentes aubes plongées, et par h_0, h_1 les hauteurs des sections rectangulaires A et B prises à l'amont et à l'aval de la roue, respectivement; soient ω_0 et ω_1 ces sections, u et v les vitesses des filets liquides qui les traversent (v est aussi la vitesse de la roue à la circonférence).

L'équation à poser doit exprimer que l'accroissement, pendant le temps dt, de la quantité de mouvement du liquide compris entre les sections A et B, projeté sur un *axe horizontal*, est égal à la somme des impulsions des forces agissant sur la masse pendant le même temps.

Dans ce calcul, la pression atmosphérique ne donne lieu à aucune impulsion, il en est de même de la réaction du coursier, que nous supposons normale à la direction de la vitesse; les termes entrant dans l'équation seront, par conséquent :

Quantité de mouvement perdue, projetée sur l'axe :

$$\frac{\Pi Q}{g} dt (u - v)$$

Impulsion projetée de la pression d'aval diminuée de celle de la pression d'amont :

$$\frac{\Pi h_1}{2} \omega_1 dt - \frac{\Pi h_0}{2} \omega_0 dt$$

Impulsion projetée des réactions des aubes, celles-ci étant supposées normales à la vitesse :

$$dt \Sigma F$$

L'équation cherchée est, par conséquent, après suppression du facteur, dt :

$$\frac{\Pi Q}{g} (u - v) = \frac{\Pi h_1}{2} \omega_1 - \frac{\Pi h_0}{2} \omega_0 + \Sigma F$$

Digitized by Google

En multipliant les deux membres par v, et remarquant que :

$$T_m = v \, \Sigma F$$

il vient :

$$(1) \ldots\ldots \quad T_m = \frac{\Pi Q}{g} v (u - v) - \Pi Q \frac{h_0}{2}\left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u}\right)$$

La vitesse u est créée par la hauteur h, or

$$h = H + h_1 - h_0$$

ou, puisque l'on a

$$h_1 = h_0 \frac{u}{v}$$

on peut écrire

$$(2) \ldots\ldots\ldots \quad u^2 = 2g\left[H + h_0\left(\frac{u}{v} - 1\right)\right]$$

On peut tirer de cette dernière équation la valeur de u, la substituer dans l'expression de T_m, et chercher la vitesse v de la roue qui donne le maximum du travail en supposant donnée l'ouverture du vannage h_0: on peut aussi prendre comme inconnue le rapport

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{u}{v} = m$$

et, au moyen de cette équation jointe à l'equation (2), éliminer u et v de l'équation (1), chercher ensuite la valeur particulière de m qui rend T_m maximum. L'équation qui donne m est du troisième degré, mais on peut éviter de la résoudre en calculant quelques valeurs numériques pour chaque cas d'application.

Si l'on admettait *a priori*, comme au numéro 35 :

$$v = \frac{1}{2} u$$

on trouverait

Digitized by Google

$$T_m = \Pi Q \left(\frac{H}{2} - \frac{h_0}{4}\right)$$

ce qui fait voir que le rendement serait légèrement inférieur à $\frac{1}{2}$. Toutes les recherches expérimentales anciennes conduisent à admettre, pour la vitesse de la roue, une valeur comprise entre 0,3 et 0,4 u.

Les fuites ont dans ces roues une grande importance ; Gerstner [1] a montré que, quelle que soit la précision de l'emboîtement dans le coursier, une certaine partie de l'eau s'échappe à l'aval sans agir sur les aubes ; il est nécessaire, pour éviter cet effet, de munir le coursier d'une partie concentrique à la roue.

La roue en-dessous est la seule, parmi celles qui ont été examinées jusqu'ici, où la vitesse dans le canal de fuite est assez grande pour qu'un raccordement soit possible avec le niveau d'aval par une *contre-pente* ou par un *ressaut* ; pour profiter de cette circonstance, qui permet de regagner une partie de la hauteur due à la vitesse de sortie, il faudrait évidemment établir la roue de manière à ce que le point C se trouve d'une certaine quantité en dessous du niveau d'aval [2], mais cette question présente peu d'intérêt pratique, car la roue en dessous n'en resterait pas moins une machine médiocre, à laquelle on ne doit avoir recours que si la considération de rendement est secondaire.

La roue en dessous était autrefois la seule qui permît d'obtenir, sans transmissions, une vitesse de rotation notable ; la roue Poncelet réalise cette condition avec un rendement meilleur, car l'effet utile de la roue qui nous occupe ne dépasse pas 0,35 ; ce résultat avait déjà été établi par Smeaton et par Bossut, au siècle dernier.

1. Weisbach. — Ouvrage cité, 2e vol., p. 460. — Redtenbacher, Wasserrader, p. 39.
2. Cette étude devrait être faite au moyen de la théorie créée par M. E. Boudin : *de l'Axe hydraulique des Cours d'eau*, Annales des travaux publics de Belgique, T. XX.

Digitized by Google

§ IX.

ROUES ACTIONNÉES PAR UN COURANT.

37. — Supposons que le rayon (fig. 34), soit assez grand pour que les aubes deviennent a peu près normales à la direction des filets liquides.

Soient u la vitesse du courant;

v la vitesse de la roue au milieu des pales;

S la surface immergée de l'aube dans la position verticale.



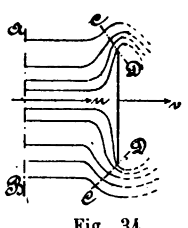


Fig. 34

Pour appliquer le principe des quantités de mouvement à la masse liquide qui influence la roue, il faut d'abord remarquer que les filets liquides sont déviés jusqu'à une distance notable du bord des aubes, la section de la veine à considérer est donc plus grande que S ; en second lieu, les filets conservent dans la section CD, après avoir agi, une certaine vitesse relative dont la projection sur la vitesse v n'est pas nulle ; pour ces deux raisons, la quantité de mouvement perdue devra être affectée d'un coefficient K, indéterminé. Par un raisonnement analogue à celui que l'on suit pour établir la formule des *Moulins à vent* (n° 116), on trouve pour l'expression du travail recueilli par seconde (formule de *Parent*) :

$$T_m = \frac{\Pi}{g} K\ S\ (u - v)^2\ v$$

La valeur de v qui donne le maximum du travail est :

$$v = \frac{1}{3}\ u$$

La formule de *Borda* est tirée de la théorie des roues en dessous à aubes planes; en tenant compte du coefficient numérique calculé par Poncelet, cette formule est

$$T_m = 81{,}56\ S\ u\ (u - v)\ v$$

Digitized by Google

La valeur maximum du travail est réalisée théoriquement pour $v = \frac{1}{2} u$, mais l'expérience a montré que la valeur la plus convenable est

$$v = 0{,}4\,u$$

Pour des aubes de 3 mètres carrés de surface, immergées dans un courant de 3 mètres par seconde, la puissance recueillie est d'environ 20 chevaux ; pour 2 mètres de vitesse, elle n'est que de 6 chevaux ; on voit que ces machines ne sont pas d'un emploi pratique dans les courants ordinaires, mais elles sont d'un usage fréquent sur les fleuves rapides, et paraissent même représenter le moteur hydraulique sous sa forme la plus ancienne; pour que l'immersion soit constante, et pour rendre plus libre l'accès de l'eau, ces roues sont montées sur des bateaux ancrés dans le courant (1).

On peut citer, comme appartenant à cette classe de moteurs hydrauliques, la chaîne de Roman, l'hydromoteur Jagn, la roue flottante de Colladon (2).

1. Des roues semblables, actionnant des moulins à blé, étaient en usage sur le Tibre, à Rome, au VIe siècle. — Rühlmann, t. 1. — On retrouve des moulins à blé flottants, sous une forme presque identique, dans l'un des bras du Rhin. près de Nierstein.

2. Haton de la Goupillière. — *Cours de Machines*, t. I, p. 265-269.

Digitized by Google

CHAPITRE II

Machines dans lesquelles l'eau agit par sa vitesse ([1]).

38. — Ces machines comprennent surtout les roues hydrauliques horizontales, ou turbines, dont l'idéé première se retrouve dans la roue à cuillers ([2]) ; on avait été amené à cette disposition par l'avantage qu'elle présente de pouvoir actionner par son arbre vertical, sans transmission intermédiaire, la *meule courante* des moulins à blé ; ces roues, qui n'avaient pas d'appareil injecteur, étaient fort imparfaites. La roue de *Segner*, produite au siècle dernier, est une machine dérivée du tourniquet hydraulique, elle fut analysée par Daniel Bernoulli, puis par Euler; *de Mannoury d'Ectot*, qui reproduisit sous le nom de levier hydraulique, une machine du même genre, est plus connu par sa *Danaïde*, qui s'écarte assez notablement des turbines connues aujourd'hui sur le continent, mais présente plusieurs caractères communs avec quelques turbines Américaines actuelles.

Burdin paraît avoir le premier (en 1826) réalisé une turbine munie d'un appareil injecteur ; à la même époque, Fourneyron construisit une turbine composée de deux parties concentriques, la partie centrale était fixe et munie de directrices courbes ; la roue, enveloppant cet appareil injecteur, comprenait les aubes mobiles se dégorgeant sur tout le pourtour. En peu d'années, cette machine, qui réalisait la turbine sous ses éléments essentiels, a été portée à un haut degré de perfection, et a donné lieu à des variétés nombreuses, qu'on peut rattacher, quant aux formes extérieures, à deux classes ([3]) :

1. H.-V. Reiche préconise pour les machines de cette classe le nom de « *roues à action de masse.* » (Wassermasserader) — Die Gesetze des *Turbinen-Baues.* — Leipzig, Arthur Félix, 1877.
2. *Bélidor.* — Architecture hydraulique.
3. Nous ne citons que pour mémoire une classe de turbines qui participent à la fois du genre radial centripète et du genre axial, et qui paraît être en grande vogue en Amérique. La théorie générale leur est applicable en ce qui concerne les dimensions de l'appareil injecteur, les sections d'entrée et de sortie des canaux mobiles, les inclinaisons du dernier élément de la directrice et des aubes ; mais le tracé des parties intermédiaires des aubes présenterait des difficultés que nous ne saurions aborder ici ; il est du reste probable que ce tracé est fait au sentiment, et vérifié par l'expérience. On trouvera un grand nombre de ces turbines dans le recueil de *Uhland* (*Praktische M. C.*), années 1876-1877, ainsi que dans l'ouvrage de *Meissner* (*Die Hydraulik*, etc.), Iena-Costenoble.

Digitized by Google

1° Les turbines *axiales*, ou turbines du système Burdin ou Fontaine ;

2° Les turbines *radiales*, ou du système Fourneyron, qui comprennent deux genres différents : les turbines centrifuges, et les turbines centripètes ou de Francis.

Dans chacune des classes, les turbines peuvent être à injection partielle; lorsque, de plus, elles sont radiales et à arbre horizontal, on leur donne souvent le nom de roues tangentielles.

En ce qui concerne le fonctionnement, et avec une très grande analogie de dispositions, les turbines se distinguent, par le régime des pressions qui s'y établit, en turbines d'*action* et turbines à *réaction* (1); les turbines d'action comprennent, comme cas particulier, la turbine à *libre déviation* de Girard.

39. — Pour éviter toute fausse interprétation de la théorie générale qui sera exposée plus loin, nous examinerons d'abord par quel mécanisme l'énergie emmagasinée dans l'eau sous forme de mouvement, est transformée en travail pendant son passage à travers les canaux de la turbine.

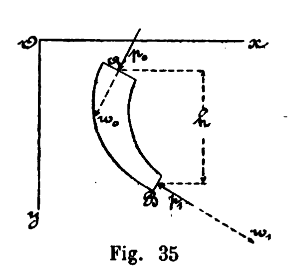


Fig. 35

Considérons un conduit à axe curviligne AB (fig. 35) de section transversale variable; supposons d'abord que ce conduit soit fixe et parcouru par le débit Q. Soient :

w_0, la vitesse dans la section d'entrée A;

w_1, la vitesse dans la section de sortie B;

s_0 et s_1, les sections;

p_0 et p_1, l'excès sur la pression extérieure ou pression atmosphérique, des pressions qui règnent dans les sections A et B.

Lorsque le mouvement est devenu permanent, les vitesses et les pressions en un point quelconque conservent une valeur constante, il en est de même des réactions exercées par la paroi sur le liquide.

Appliquons à la masse AB, supposée isolée et soumise à son poids P, aux pressions p_0 et p_1 et aux réactions des parois, le principe de la

1. Ce terme, assez mal choisi, puisqu'il sert à caractériser le mode de fonctionnement du tourniquet hydraulique, qui n'est qu'une turbine imparfaite, a cependant prévalu pour désigner les turbines dans lesquelles la pression au joint diffère notablement des pressions extérieures. On emploie aussi en Allemagne l'expression *Druckturbine* pour turbine d'action, et *Ueberdruckturbine* pour turbine à réaction.

Digitized by Google

quantité de mouvement projetée sur les axes Ox et Oy, l'un horizontal, l'autre vertical.

Désignons par ΣX et par ΣY la somme des projections des réactions suivant les axes considérés; nous obtenons après simplification, et en donnant aux termes les signes qui conviennent au cas de la figure, les deux équations suivantes :

$$\Sigma X = \frac{\Pi Q}{g}(w_{1x} + w_{0x}) + (p_0 s_0)_x + (p_1 s_1)_x$$

$$\Sigma Y = \frac{\Pi Q}{g}(w_{1y} - w_{0y}) + (p_0 s_0)_y - (p_1 s_1)_y + P$$

ΣX et ΣY, étant les composantes de la réaction sur le liquide, sont égales, mais de signe contraire, à celles de l'action totale exercée sur la paroi.

Si le conduit, au lieu d'être fixe, était animé d'un mouvement uniforme dirigé parallèlement à l'axe des x et dans le sens négatif, il céderait à la composante $-\Sigma X$; la composante $-\Sigma Y$ ne pourrait évidemment faire aucun effet; les équations ci-dessus subsistent néanmoins, en y considérant w_0 et w_1 comme des vitesses relatives.

Avant d'aller plus loin, remarquons que notre raisonnement s'applique seulement au cas où la pression est nulle dans tout l'espace extérieur ; mais il est facile de voir que la pression atmosphérique, qui règne au tour du vase, ne peut modifier le résultat ; en effet, on sait que l'ensemble des pressions p_a (fig. 36), qui s'exerce sur tout le pourtour du vase, peut être remplacé par les pressions égales (en trait pointillé) qui s'exerceraient sur les deux surfaces A et B; en posant les équations qui donnent les réactions ΣX et ΣY du vase sur le liquide, on remarquera que les pressions dans les sections A et B devront être diminuées de la pression atmosphérique, mais p_0 et p_1 représentent précisément l'excès de la pression d'entrée et de la pression de sortie sur la pression atmosphérique, etc...

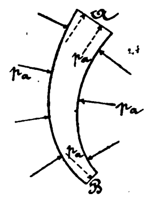


Fig. 36

La composante $-\Sigma Y$, qui agit verticalement sur le vase, augmente ou diminue la charge qu'il exerce sur son support, et, à ce titre, elle peut être intéressante à considérer, puisqu'elle doit entrer en ligne de compte dans le calcul de la résistance des pièces, et de la surface portante du pivot (84).

Digitized by Google

Dans toutes les turbines, si l'on en excepte le tourniquet hydraulique, les sections d'entrée et de sortie A et B sont parallèles à la direction de la vitesse d'entrainement, on a donc simplement :

$$\Sigma X = \frac{\Pi Q}{g} (w_{1x} + w_{0x})$$

$$\Sigma Y = \frac{\Pi Q}{g} (w_{1y} - w_{0y}) + p_0 s_0 - p_1 s_1 + P$$

D'ailleurs, même pour le tourniquet hydraulique, si l'on choisit la section d'entrée au niveau d'amont et si l'échappement se fait à l'air libre, on a :

$$p_0 = p_1 = o$$

Toutefois, nous nous bornerons à appliquer les equations ci-dessus au mouvement rectiligne déjà supposé, qui peut être assimilé à celui des canaux d'une turbine *axiale* (1) et énoncer le principe suivant :

La force motrice qui résulte du mouvement de l'eau sur les aubes, est proportionnelle à la fois au débit et au changement de la vitesse relative $(w_{1x} + w_{0x})$ *projetée sur la direction du mouvement.*

Ce changement peut résulter de modifications dans la grandeur de la vitesse relative, et dans sa direction, ou de l'une de ces deux causes seulement.

Fig. 37

Ainsi, lorsque w_0 est normale à la direction du mouvement (conduit AB, fig. 37), on a :

$$\Sigma X = \frac{\Pi Q}{g} w_{1x}$$

On trouve pour le conduit AB' un résultat identique, pourvu que la section de sortie soit la même dans les deux cas, ainsi que l'inclinaison de la vitesse de sortie sur la direction du mouvement.

1. Pour les turbines radiales, il faudrait, du reste, tenir compte de la force centrifuge composée.

Digitized by Google

Lorsque la projection de w_0 est en sens contraire de la direction du mouvement (fig. 38), il vient :

$$\Sigma X = \frac{\Pi Q}{g}(w_{1x} - w_{0x})$$



Fig. 38

Fig. 39

Enfin, lorsque w_1 est égale et parallèle à w_0 (fig. 39), il ne peut se produire *aucune force motrice* quelles que soient la courbure du canal ou même ses variations de section entre l'entrée et la sortie.

40. — *Expression du travail cédé.* — On obtient le travail cédé, en effectuant le produit de la composante motrice $-\Sigma X$, par la vitesse avec laquelle le conduit se déplace ; on pourrait donc établir la théorie des turbines au moyen du principe des quantités de mouvement projetées, mais le théorème des forces vives permet d'opérer directement sur les quantités d'énergie en jeu, et, comme dans tous les cas où les pertes sont nulles ou exactement connues, il conduit à l'expression du travail recueilli, sans qu'il soit nécessaire de passer par toutes les transformations intermédiaires.

41. — *Différence entre les turbines d'action et les turbines à réaction.* — Nous avons fait remarquer plus haut que la force motrice ne dépend, pour un volume donné, que du *changement de la projection de la vitesse relative* sur la vitesse d'entraînement, et que les pressions p_0 et p_1 ne figurent pas explicitement dans la valeur de ΣX ; quelque grande que soit la pression p_0 à l'entrée, comparativement à la pression p_1 à la sortie, il n'en résulte pas, sur les cloisons de la turbine, une action comparable à celle du liquide sur le piston des machines à colonne d'eau [1] ; l'influence de la pression se traduit autrement : tout excès $p_0 - p_1$ détermine, dans le canal mobile, un accroissement de la vitesse

1. *C. Bach.* — Ouvrage cité, p. 32.

Digitized by Google

de sortie, car, dans l'hypothèse très simple où nous nous sommes placés et où il n'y a pas à considérer de forces fictives, on a (fig. 35) :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + \frac{p_0 - p_1}{\Pi} + h$$

h étant la différence de niveau entre la section d'entrée et la section de sortie.

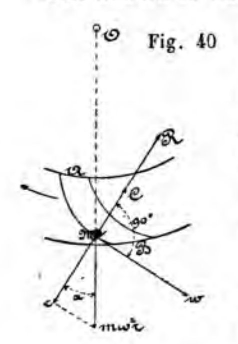
On voit que la pression exerce son influence sur w_1 et, par conséquent, sur le travail recueilli. On sera toujours libre d'augmenter p_0, car il suffit de donner à w_0 une valeur assez faible, résultat qui peut être amené par différents moyens.

En résumé, l'énergie de l'eau, au moment où elle entre dans la turbine, est formée de deux termes complémentaires, dont l'un dépend de la pression et l'autre de la vitesse. Dans les turbines d'*action*, la pression à l'entrée est faible (généralement celle de l'atmosphère), et l'énergie, reçue tout entière sous forme de mouvement, est utilisée par le changement de la vitesse relative projetée.

Dans les turbines à *réaction*, la vitesse de l'eau à l'entrée est plus faible, mais elle s'accélère dans le canal mobile.

Ces conditions de fonctionnement entraînent comme conséquence : des différences de tracés, de proportions ou d'allures, et les solutions qui en résultent conviennent à des cas pratiques déterminés. On ne devra cependant jamais perdre de vue que toutes ces solutions sont équivalentes, pourvu que la perte d'énergie par choc ou par frottement soit évitée, et que la force vive conservée par l'eau qui s'échappe soit la même.

42. *Cas où le canal possède un mouvement de rotation autour d'un axe normal à son plan.* — Lorsque le canal est disposé comme dans les turbines axiales, ce que nous avons dit est entièrement applicable, car la vitesse relative, étant en chaque point perpendiculaire au rayon mené par ce point, les forces fictives n'ont pas de projection suivant les axes choisis ; mais il n'en est pas de même dans les turbines radiales.


Fig. 40

Supposons que le conduit AB (fig. 40), dont les sections d'entrée et de sortie sont comprises entre deux couronnes cylindriques, tourne avec la vitesse ω

autour de l'axe vertical projeté en O. Pour chaque tranche élémentaire, concentrée par exemple au point M, les forces qui feraient parcourir à cette masse m sa trajectoire relative et qui, par conséquent, produiraient l'accélération du mouvement relatif, sont, pour la vitesse w :

1° La force centrifuge, $m\omega^2 r$ égale et contraire à la force d'entraînement du mouvement de rotation uniforme ;

2° La force centrifuge composée :

$$\mathrm{MC} = 2 m \omega w$$

située ici dans le plan de la figure, perpendiculairement à la vitesse relative w et dont on trouve la direction en faisant tourner w de 90° en sens contraire du mouvement de rotation.

3° Et enfin, les forces réelles, au nombre desquelles il faut compter les pressions des aubes, qui agissent suivant une direction normale à leur courbure, les pressions des couches voisines qui agissent dans une direction tangentielle et la pesanteur qui reste sans effet sur le mouvement.

La réaction R du conduit, qui ne peut être que normale à la paroi, jointe à la composante Mc de la force centrifuge et à la force centrifuge composée MC doit donc produire, suivant le rayon de courbure de l'aube, une résultante égale à la force centrifuge du mouvement relatif; si ρ désigne le rayon de courbure de l'aube, on aura :

$$\mathrm{R} + 2 m \omega w - m \omega^2 r \cos \alpha = m \frac{w^2}{\rho}$$

D'où :

$$\mathrm{R} = \frac{m w^2}{\rho} + m \omega^2 r \cos \alpha - 2 m \omega w$$

Comme la force normale R est la seule force réelle, il n'en résultera de réaction motrice pour le conduit que si l'on a :

$$\frac{m w^2}{\rho} + m \omega^2 r \cos \alpha > 2 m w w$$

On aurait, dans le cas de la figure 41 (turbine centripète), en tenant compte du sens de la force centrifuge composée :

$$\mathrm{R} + m \omega^2 r \cos \alpha - 2 m w w = m \frac{w^2}{\rho}$$

Fig. 41



D'où :

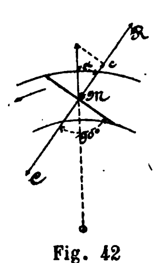


Fig. 42

$$R = m \frac{\;}{\rho} + 2 m \omega w - m \omega^2 r \cos \alpha$$

En particulier, lorsque l'aube est droite (fig. 42)

$$R + m\omega^2 r \cos - 2 m \omega w = o$$

D'où :

$$R = 2 m \omega w - m \omega^2 r \cos$$

La force centrifuge composée est, en général, plus gra[nde] que la composante normale de la force centrifuge ; dans la roue Pon[celet], on constate qu'à l'entrée elle a pour effet d'augmenter la pression n[...]ace ; son action est nulle à la fin du mouvement ascendant; à la sorti[e, e]lle diminue la réaction normale de l'aube et peut même applique[r] le liquide contre la face convexe de l'aube précédente, mais théori[que]ment, il ne pourrait résulter de ce fait aucune perte.

43. — *Effet du frottement de l'eau sur les aubes.* — Dans le ca[s] courbe que nous avons déjà considéré (fig. 43), la réaction reste la mêm[e] pourvu que w_1 conserve la même valeur [et] la même inclinaison, mais elle diminue lors[] que les vitesses diminuent, par exemple pa[r] l'effet du frottement que l'aube exerce sur le liquide ; sur chaque élément de la paroi, s'applique alors une force tangentielle, qui pour l'eau est $-F$, et pour l'aube $+F$. Appelons toujours ΣX la composante de l'action normale de la paroi sur le liquide, évaluée suivant l'axe Ox ; pour plus de simplicité, supposons que w_o soit verticale

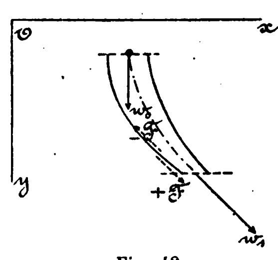


Fig. 43

$$(1) \ldots\ldots\ldots \quad \Sigma X - \Sigma F_x = \frac{\Pi}{g} Q w_{1x}$$

ou

$$(2) \ldots\ldots\ldots \quad \Sigma X = \Sigma F_x + \frac{\Pi Q}{g} w_{1x}$$

La paroi reçoit une force égale et de sens contraire à ΣX, mais comme d'autre part, elle est soumise aux forces F, dirigées en sens contraire

Digitized by Google

du mouvement d'entraînement du canal, l'action motrice n'est en définitive que

$$\Sigma X - \Sigma F_x$$

et elle est donnée par le second membre de l'équation (1) ; on voit qu'à égalité de débit, l'action motrice ne peut être que diminuée par le frottement, puisqu'il a pour effet de réduire la valeur w_1. Il serait donc faux de dire que l'action nuisible du frottement provient de ce qu'il présente une composante opposée au mouvement d'entraînement du canal, et d'en conclure, par exemple, que l'on pourrait donner aux aubes la forme représentée figure 44, en vue d'augmenter les forces motrices, car la direction des forces de frottement sur la paroi n'est pas à considérer ; le frottement diminue toujours l'action motrice d'un poids d'eau donné, parce qu'il a pour effet de réduire w_1.

Fig. 44

§ I

THÉORIE GÉNÉRALE DES TURBINES [1].

44. — Les figures 45 et 46 représentent, dans leurs éléments essentiels, la turbine axiale et la turbine radiale disposées pour fonctionner comme turbines à réaction (le joint entre la partie fixe et la partie mobile est noyé sous le niveau d'aval). Dans les deux figures, la même lettre désigne des éléments similaires, *de* représente les directrices fixes, *ef* les aubes mobiles.

Soient :

H, la hauteur de chute ;

Q, le débit ;

h, la hauteur comprise entre le niveau d'amont et les orifices de sortie de l'appareil injecteur ;

1. Les fondements de cette théorie ont été établis par Poncelet en 1838; Weisbach, Redtenbacher et Combes l'ont développée. — Rühlmann, t. I, p. 360 à 394.

Digitized by Google

h_1, la quantité dont les orifices de sortie de la roue sont noyés sous le bief d'aval;

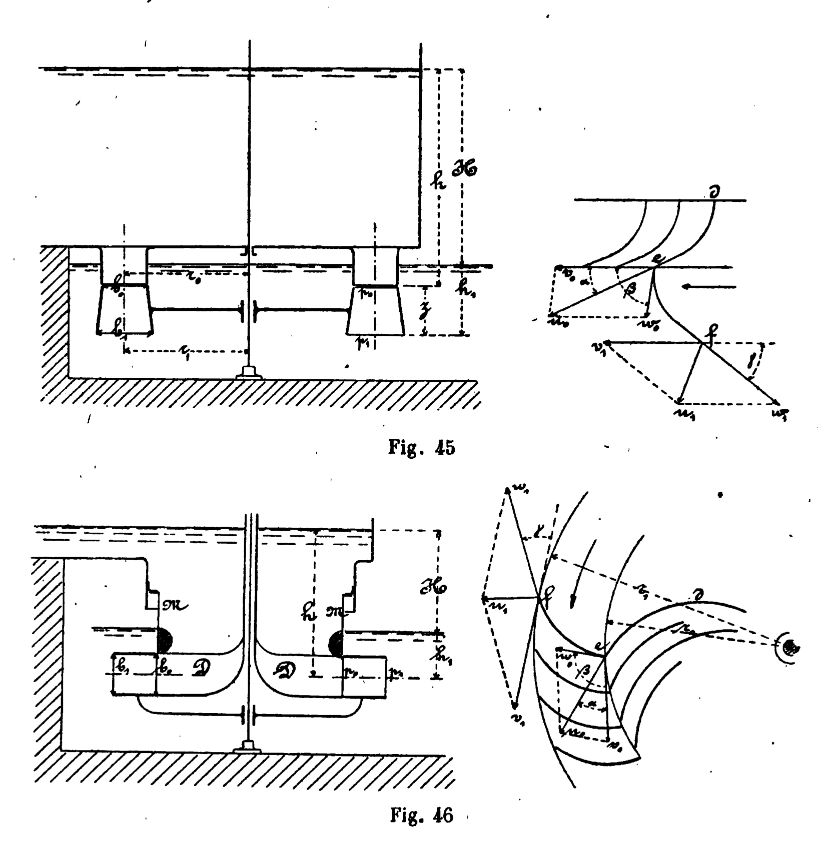


Fig. 45

Fig. 46

z, la hauteur de la turbine, (elle s'annule pour les turbines radiales);

p_0, p_1, les pressions, à l'entrée et à la sortie des canaux mobiles;

b_0, b_1, la largeur des aubes mobiles, à l'entrée et à la sortie; b_0 est aussi la largeur de l'appareil injecteur;

r_0, r_1, les rayons moyens à l'entrée et à la sortie de la roue; dans la plupart des turbines axiales, $r_0 = r_1$;

α, l'angle formé par les directrices avec le plan des orifices;

β, l'angle formé par l'élément d'entrée des aubes avec le plan des orifices;

γ, l'angle formé par le dernier élément des aubes avec la vitesse d'entraînement à la sortie;

Digitized by Google

u_o, v_o, w_o, les vitesses (absolue, d'entraînement, relative) à l'entrée ;
u_1, v_1, w_1, les vitesses à la sortie ;
ω, la vitesse de rotation ;
p_a, la pression atmosphérique.

Lorsqu'une turbine fonctionne d'une manière satisfaisante, il existe entre ces éléments un certain nombre de conditions que nous allons exprimer :

Pour le mouvement du liquide depuis le niveau d'amont jusqu'à la sortie de l'appareil injecteur, l'équation de Bernoulli donne :

$$(1) \ldots\ldots\ldots \quad \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{p_0}{\Pi} = \frac{u_0^2}{2g}$$

A l'entrée sur l'aube, en e, on a, par le triangle des vitesses :

$$(2) \ldots\ldots \quad w_0^2 = u_0^2 + v_0^2 - 2\, u_0 v_0 \cos \alpha$$

La vitesse w_o, ainsi calculée, n'est entièrement conservée sur le premier élément de l'aube que lorsque celle-ci est tangente à la direction de la vitesse relative, le choc à l'entrée est alors évité, et comme cette condition est inséparable de celle du maximum de rendement, nous la supposons réalisée, l'angle β devra être déterminé en conséquence.

Sous l'influence des forces du mouvement absolu, ainsi que des forces fictives à introduire pour tenir compte de la rotation du système de comparaison [1], la vitesse relative w_o devient w_1; nous obtiendrons l'équation du mouvement relatif sur l'aube, en écrivant que la moitié de l'accroissement, pendant le temps dt, de la force vive d'un filet liquide contenu dans la turbine, est égale à la somme des travaux, pendant le même temps : de la pesanteur, des pressions à l'entrée et à la sortie, et de la force centrifuge, qui est ici la force fictive à considérer.

La moitié de l'accroissement de la force vive, évaluée dans le mouvement relatif, sera, pendant le temps dt, pour le filet dont le débit serait q par seconde :

$$\frac{1}{2}\frac{\Pi}{g}\, q\, dt\, (w_1^2 - w_0^2)$$

1. Parmi les forces du mouvement absolu, nous ne devrons considérer, dans l'application du théorème des forces vives, que la pesanteur, attendu que, si on néglige le frottement, la réaction des aubes est normale à la vitesse relative; parmi les forces fictives, nous ne devrons tenir compte que de la force centrifuge, puisque la force centrifuge composée est normale à la vitesse relative.

Digitized by Google

La somme algébrique des travaux de la pesanteur, ainsi que des pressions à l'entrée et à la sortie, est :

$$\Pi\, q\, dt \left(z + \frac{p_0 - p_1}{\Pi}\right)$$

Le travail de la force centrifuge sur tout le filet, pendant le temps dt, a pour expression :

$$\frac{\Pi}{g}\, q\, dt \int_{r_0}^{r_1} \omega^2\, r dr = \frac{\Pi}{2g}\, q\, dt\, (v_1^2 - v_0^2)$$

En simplifiant, on obtient finalement l'équation :

$$(3)\ldots\ldots \quad \frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + z + \frac{p_0}{\Pi} - \frac{p_1}{\Pi} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

On a, par le triangle des vitesses à la sortie :

$$u_1^2 = v_1^2 + w_1^2 - 2\, v_1\, w_1 \cos\gamma$$

ou

$$(4)\ldots\ldots \quad u_1^2 = (v_1 - w_1)^2 + 4\, v_1 w_1 \sin^2 \frac{\gamma}{2}$$

Lorsqu'on néglige le frottement sur les aubes, la seule force vive perdue dans le parcours de l'eau correspond à la vitesse absolue u_1 avec laquelle elle est abandonnée à l'aval, il ne serait possible d'annuler u_1 qu'en faisant dans l'équation ci-dessus

$$(5)\ldots\ldots\ldots \quad v_1 = w_1$$

et

$$\gamma = 0$$

Mais de ces deux égalités, nous ne retiendrons que l'équation (5), car la condition $\gamma = 0$, si elle était réalisée, rendrait le dégorgement impossible. On doit donc renoncer à recueillir le maximum absolu du travail, et accepter à la sortie une vitesse très faible.

Les auteurs allemands remplacent l'équation (5), qui est celle de la théorie de Poncelet, par la condition un peu différente,

$$v_1 = w_1 \cos\gamma,$$

Digitized by Google

qui donne à la vitesse absolue de sortie une direction normale à la vitesse d'entraînement ; cette condition ne peut être justifiée immédiatement.

Puisque la vitesse de sortie est très faible (1), la pression s'établit dans le bief d'aval suivant la loi hydrostatique, et l'on a :

$$\text{(6)} \ldots\ldots\ldots \quad \frac{p_1}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h_1$$

En exprimant que le volume distribué par l'appareil injecteur est le même que celui qui sort de la turbine, et en tenant compte de l'équation (5), il vient :

$$2\pi b_0 r_0 u_0 \sin\alpha = 2\pi b_1 r_1 v_1 \sin\gamma$$

ou

$$\text{(7)} \ldots\ldots\ldots \quad \frac{u_0 \sin\alpha}{v_1 \sin\gamma} = \frac{b_1 r_1}{b_0 r_0}$$

On a encore, puisque la turbine est un système tournant autour d'un axe

$$\text{(8)} \ldots\ldots\ldots \quad \frac{v_0}{v_1} = \frac{r_0}{r_1}$$

Les équations (1) (2), (3), (5) et (6), donnent, par leur combinaison, une *condition fondamentale* entre les éléments $u_0 v_0$ et α ; en remarquant, du reste, que les éléments h, z, h_1 H sont liés par la rélation

$$\text{(9)} \ldots\ldots\ldots \quad h + z = H + h_1$$

cette condition s'écrit :

$$\text{(A)} \qquad u_0 v_0 \cos\alpha = g H$$

1. On a songé néanmoins à récupérer le travail dû à cette vitesse par l'emploi de diffusoirs, analogues en principe à la cheminée évasée du ventilateur de Guibal. — Meissner, *Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren.* — Iena, Costenoble, 1878, t. II, p. 725.


Digitized by Google

En introduisant, dans l'équation (8), la valeur v_1 tirée de (7), et en substituant v_0 dans l'équation (A), on obtient :

(B) $$u_0^2 = g \frac{b_1 r_1^2}{b_0 r_0^2} \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha \cos \alpha} H$$

En éliminant, au contraire u_o dans la condition fondamentale, il vient :

(C) $$v_0^2 = g \frac{b_0 r_0^2}{b_1 r_1^2} \frac{tg\, \alpha}{\sin \gamma} H$$

La valeur u_o de l'équation (B), substituée dans l'équation (1), permet de trouver la pression p_o qui s'établit entre la partie fixe et la partie mobile de la turbine :

(D) $$\frac{p_o}{\Pi} = h + \frac{p_a}{\Pi} - \frac{b_1 r_1^2 \sin \gamma}{b_o r_0^2 \sin 2\alpha} H$$

Pour trouver le rendement U, de la turbine, abstraction faite de tout frottement, il faut prendre le rapport entre le travail recueilli :

$$\Pi\, Q \left(H - \frac{u_1^2}{2g}\right)$$

et la puissance absolue de la chute, il vient donc :

(10). . . . . $$U = 1 - \frac{u_1^2}{2g\, H}$$

en se servant des équations (4), (5) et (C), on obtient

(E) $$U = 1 - \frac{b_0}{b_1} tg\, \alpha\, tg \frac{\gamma}{2}$$

Le volume débité par la turbine sera :

(11). . . . . $$Q = 2\pi\, b_0\, r_0\, u_0 \sin \alpha$$

ou, à cause de (B) :

(F) $$Q = 2\pi r_1 \sqrt{b_0 b_1 \sin \gamma \cdot tg\, \alpha}\, \sqrt{gH}$$

Digitized by Google

(Dans tout ce qui précède, les égalités désignées par les lettres (A), (B), (C), (D), (E), (F), expriment des *résultats*, mais ne traduisent aucune propriété qui ne soit implicitement contenue dans le groupe des 11 équations désignées par des numéros).

L'équation (E) montre que le rendement ne dépend que d'un nombre très restreint d'éléments, parmi lesquels γ peut être choisi à l'avance par des considérations d'ordre pratique ; il nous reste d'ailleurs à exprimer une condition qui a pour effet, comme nous le verrons, de limiter le nombre des valeurs admissibles pour α.

La pression p_0, équation (D), qui s'établit dans une turbine donnée fonctionnant à la vitesse v_0 qui convient d'après l'équation (C) à ses proportions et à la hauteur H, est différente, en général, de la pression atmosphérique ; cette pression peut être modifiée par un choix convenable des éléments de construction qui figurent dans le second membre, mais, en aucun cas, on ne peut avoir pour p_0 une valeur négative ; ce résultat indiquerait que le fonctionnement ne peut avoir lieu conformément à l'hypothèse qui a conduit aux équations. On tire donc, de l'égalité (D), la condition :

$$(12) \qquad \frac{b_1 r_1^2 \sin \gamma}{b_0 r_0^2 \sin 2\alpha} H \overline{\underline{<}} h + \frac{p_a}{\Pi}$$

Cette équation montre que l'angle α ne peut avoir des valeurs voisines de 0, ni de 90° ; pour cette raison, $tg\,\alpha$ conserve une valeur notable. Les turbines d'action et les turbines à réaction diffèrent par la valeur de la pression p_0 qui s'établit entre la partie fixe et la roue.

45. — Les équations (1) à (12) et les résultats (A) à (F), utiles à considérer pour établir certaines propriétés générales, renferment trop d'éléments pour être d'un emploi commode ; dans l'établissement des turbines, on détermine de proche en proche, et par une marche très naturelle, une partie des longueurs et des angles qui figurent dans les formules ; nous rencontrerons des exemples d'applications dans l'analyse qui va suivre des diverses variétés de turbines comprises dans la classification du n° 38.

Nous ne devrons jamais perdre de vue que, pour toute turbine fonctionnant d'une manière satisfaisante, il faut, d'abord, que l'équation fondamentale (A), soit satisfaite :

$$(A) \qquad u_0 v_0 \cos \alpha = gH$$

Digitized by Google

En outre, il faut que l'aube soit tangente à la vitesse relative w_0, ce qui conduit, par le triangle des vitesses à l'entrée, à l'équation :

(13) $$v_0 = u_0 \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

L'élimination de v_0, puis de u_0, entre ces deux équations, fournit les deux égalités suivantes :

(A') $$u_0 = \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)\cos \alpha}}$$

(A'') $$v_0 = \sqrt{gH\left(1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}\right)}$$

On voit que, pour des valeurs de α et β choisies à l'avance, les relations (A') et (A'') permettent de déterminer immédiatement les vitesses u_0 et v_0 qui doivent être réalisées.

§ II.

TURBINES AXIALES FONCTIONNANT COMME TURBINES D'ACTION, OU DANS LESQUELLES LE DEGRÉ DE RÉACTION EST FAIBLE

46. — *Turbines à joint noyé.* — Ces turbines appartiennent au type représenté (fig. 45) ; comme le joint qui existe entre l'appareil injecteur et la roue ne saurait être étanche, et que des rentrées d'eau, en amenant dans la turbine des vitesses différentes de celles que l'on a prévues, produiraient des pertes d'effet utile, on doit faire en sorte que la pression p_0 soit égale ou supérieure à celle qui règne dans le bief, à la même hauteur ; comme, dans ce dernier cas, on a une turbine à réaction, nous n'examinerons ici que le premier, c'est-à-dire celui où l'on a :

$$\frac{p_0}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - H$$

condition qui, introduite dans l'équation (1) donne :

$$u_0 = \sqrt{2gH}$$

Digitized by Google

ce qui entraîne, eu égard à l'équation (A') :

$$\beta = 2\alpha$$

Il est facile de voir que toute valeur de β inférieure à 2α, serait inadmissible, car en diminuant β dans l'équation (A''), on agit dans le même sens sur v_o; d'après la relation (A), on augmenterait donc u_0, c'est-à-dire qu'on diminuerait p_0 [équation (1)].

Réciproquement, toute valeur de β plus grande que 2α, en diminuant u_0, augmenterait p_0, ce qui nous conduirait à une turbine à réaction.

On doit donc admettre $\beta = 2\alpha$, ce qui donne :

$$v_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2}}$$

L'équation (A'') indique, d'une manière générale, que v_0 varie dans le même sens que β ; la turbine considérée, dans laquelle β a reçu sa valeur limite inférieure, est donc celle dont la marche est la plus lente.

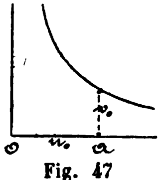


Fig. 47

D'ailleurs, l'équation fondamentale (A), dans laquelle H et α sont supposés constants, est celle d'une hyperbole équilatère [1] et peut traduire graphiquement (fig. 47) la loi de variation simultanée de u_0 et v_0.

En portant en abscisse une quantité

$$OA = \sqrt{2gH}$$

on trouvera l'ordonnée v_0.

Il est facile de voir, d'après les valeurs trouvées, que les éléments u_0, v_0, α, sont reliés par la construction indiquée fig. 48 ; ayant porté, suivant la tangente à la directrice, la valeur

$$EP = u_0$$

on élève, au point milieu M, la perpendiculaire MN, on obtient :

$$v_0 = EN$$

1. Cette remarque est due à M. C. Bach (ouvrage cité). Nous empruntons à cet auteur la marche suivie dans cet exposé, et qui consiste à augmenter progressivement β pour trouver des turbines fonctionnant de plus en plus par réaction.

Digitized by Google

NP est, par conséquent, la vitesse relative en grandeur et direction, ce qui permet de tracer le premier élément de l'aube.

Pour le cas qui nous occupe, on a :

$$r_0 = r_1$$

et

$$v_0 = v_1$$

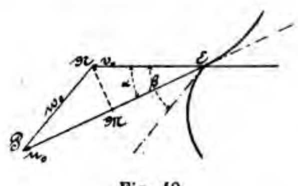
En tenant compte des valeurs de u_0 et v_0, on obtient par l'équation (7):

$$\frac{b_1}{b_0} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \gamma}$$

et le rendement devient :

$$U = 1 - \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\cos^2 \alpha}$$

Dans le cas particulier où $\gamma = \alpha$, on constate que les quantités b_1 et b_0 sont dans le même rapport que les vitesses u_0 et v_0 (fig. 48) ; on peut en conclure que l'évasement des couronnes est très prononcé, surtout lorsque l'angle α est faible.


Fig. 48

On adopte d'ordinaire :

$$\alpha = \gamma = 15 \text{ à } 25°$$

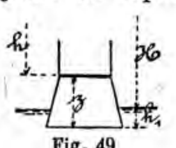
d'où :

$$\beta = 30 \text{ à } 50°$$

et

$$b_1 = 1{,}93 b_0 \text{ à } 1{,}81 b_0$$

Lorsque le joint est à fleur d'eau, toute la théorie ci-dessus est applicable, on a alors $h = H$, et la pression dans le joint est égale à la pression atmosphérique ; la turbine fonctionne donc rigoureusement comme turbine d'action, tandis que lorsque le joint est noyé, elle comporte toujours un degré très faible de réaction, puisque la pression dans le joint est supérieure à la pression atmosphérique.


Fig. 49

47. — *Turbine partiellement noyée.* — Le joint est au-dessus du niveau d'aval (fig. 49), on doit avoir :

$$p_0 = p_a$$

Digitized by Google

et par conséquent [éq. (1)]:

$$u_0 = \sqrt{2gh}$$

On pourrait vérifier que l'on n'a plus ici rigoureusement :

$$\beta = 2\alpha$$

On tire de l'équation fondamentale :

$$v_0 = \frac{1}{\cos\alpha} \frac{gH}{\sqrt{2gh}}$$

et l'équation (7) donne :

$$\frac{b_1}{b_0} = 2 \frac{h}{H} \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\gamma}$$

L'équation (E) fournit, pour le rendement :

$$U = 1 - \frac{H}{h} \frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\alpha}$$

Cette valeur est inférieure à celle déjà trouvée pour la turbine à joint noyé (46) ; nous voyons qu'il convient, par conséquent, de placer le joint soit au niveau d'aval, soit en dessous de ce niveau.

48. — *Détermination des dimensions, tracé des directrices.* — Pour passer de la théorie exposée aux conditions réelles, il y a lieu de tenir compte :

1° des pertes de charge depuis le niveau d'amont jusqu'aux orifices de l'appareil injecteur ;

2° de la perte d'eau par le joint, perte qui toutefois est très réduite ou annulée dans les turbines d'action ;

3° de la perte de charge dans les canaux de la turbine.

Cette étude [1] présente beaucoup d'éléments incertains, nous adopterons une solution simplifiée, qui consiste à réduire, au moyen d'un cer-

1. Ces diverses pertes ont été analysées minutieusement par Weisbach et par Redtenbacher; elles sont toujours prises en considération par les auteurs modernes V. Meissner, Bach (ouvrages cités) et Herrmann. — *Die graphische Theorie der Turbinen und Kreiselpumpen.* – Berlin, Leonhard Simion. — 1887.

Digitized by Google

tain coefficient, la hauteur motrice H; nous tiendrons compte ainsi des pertes qui se produisent jusqu'à l'entrée de l'eau dans la partie mobile.

Ce coefficient peut être calculé à peu près exactement dans des cas spéciaux, par exemple lorsque l'eau est amenée par de longues conduites cylindriques, comme dans les turbines établies sur de hautes chutes; mais, pour les applications ordinaires, on peut affecter simplement la hauteur H d'un coefficient plus petit que 1 dans toutes les formules exprimant le débit; il n'y a pas lieu d'introduire un coefficient de contraction, attendu que l'eau sort de l'appareil injecteur et passe dans la turbine en filets sensiblement parallèles, mais il faut tenir compte de l'obstruction produite par l'épaisseur des aubes.

Nous négligerons le frottement sur les aubes, qui a nécessairement pour effet d'abaisser le rendement théorique, mais l'expression de ce rendement, très utile pour comparer entre elles les diverses dispositions qui se présentent, n'a aucune portée pratique; il faut toujours, dans le calcul des dimensions, opérer assez largement pour que la turbine écoule le volume d'eau sur lequel on peut compter, et se ménager, par un vannage bien disposé, le moyen de régler exactement le débit; si la turbine, lorsque le vannage est entièrement découvert, écoulait un volume d'eau inférieur à Q, il n'y aurait d'autre remède à cette situation que le surélèvement du niveau d'amont.

Voici, d'après ces principes, la marche qu'il convient de suivre pour établir une turbine d'action du genre axial.

Les données sont : les éléments de la chute Q, H, et quelquefois, mais avec une certaine élasticité, le nombre de tours par minute; on doit éviter d'adopter des roues de trop grand diamètre, car il y a tout avantage à les couler d'une seule pièce si l'on veut éviter les difficultés de la jonction entre les segments.

Soient :

$$Q = 2^{m^3},00$$

$$H = 2^{m},50$$

Cette hauteur sera réduite dans toutes les formules, et remplacée par la hauteur fictive $H_1 = 0,81$ H.

Digitized by Google

Le coefficient de réduction affectant la vitesse sera $\sqrt{0,81}$ ou 0,9 et l'on aura :

$$u_0 = 0,9\sqrt{2gH} = 6^m,30$$

Soit $\alpha = 25°$, et adoptons pour l'écartement e des aubes, compté d'axe en axe, sur la circonférence moyenne :

$$e = \frac{1}{2}\,b_0$$

On choisit, d'ordinaire, pour le rapport $\frac{b_0}{r_0}$ la valeur :

$$\frac{b_0}{r_0} = 0,2 \text{ à } 0,4$$

Le coefficient le plus faible convient aux volumes réduits et aux fortes hauteurs de chute ; pour des hauteurs modérées, il conduirait à un rayon trop grand, c'est affaire d'appréciation de déterminer, dans chaque cas, la valeur la plus convenable.

La hauteur z de la couronne est choisie de manière à donner à l'aube une courbure modérée, elle diffère peu en général de la largeur b_0,

$$z = b_0$$

La hauteur des directrices est 0,8 z.
Soit ici :

$$\frac{b_0}{r_0} = 0,3$$

le nombre des aubes sera :

$$n = \frac{2\pi r_0}{e} = 42$$

Leur épaisseur, lorsqu'elles sont en tôle, est de 5 à 8 millimètres ; en adoptant 6 millimètres, on trouvera, pour la section de l'appareil injecteur :

$$(2\pi r_0 \sin\alpha - 42 \times 0,006)\,b_0$$

Digitized by Google

La section, multipliée par la vitesse u_0, doit donner le débit Q; on trouve donc, pour r_0 :

$$r_0 = 0,68 \text{ environ}$$

$$b_0 = 0,204$$

$$e = \frac{2\pi r_0}{42} = 0,1017$$

Pour la turbine, on adopte un nombre d'aubes différent de celui des directrices, afin d'éviter la discontinuité qui résulterait de la coïncidence simultanée de toutes les cloisons fixes et mobiles et qui se reproduirait 42 fois pendant chaque révolution; on adoptera donc 41 aubes, et leur écartement d'axe en axe sera :

$$e' = \frac{2\pi r_0}{41}$$

Soit $\gamma = \alpha = 25°$, on aura

$$b_1 = 2b_0 \cos \alpha = 0.370$$

Pour tracer les directrices, on adopte un profil rectiligne sur la longueur AB (fig. 50), le point B étant le pied de la perpendiculaire abaissée

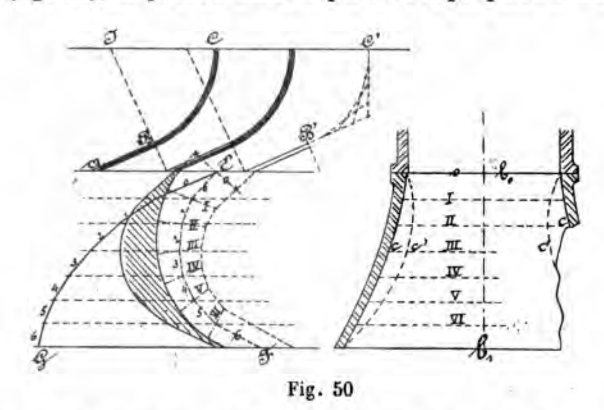


Fig. 50

de l'extrémité de la directrice suivante; on donne à BC un contour en arc de cercle dont le centre I est choisi dans le plan renfermant les arêtes supérieures des directrices; on peut aussi adopter le contour parabolique B'C'.

Digitized by Google

49. — *Tracé des aubes.* — Le tracé des aubes reste en partie indéterminé, car, pourvu que le changement de section des canaux mobiles reste continu, on peut accepter toute forme compatible avec les largeurs b_0 et b_1 ainsi qu'avec les angles β et γ.

M. Vallet [1] profite de cette indétermination pour s'imposer la loi de variation de la vitesse absolue entre E et G, et celle de la vitesse relative entre E et F; ainsi, pour la turbine considérée, on a:

$$w_1 = v_1$$

$$w_0 = v_0$$

et, puisque $v_1 = v_0$:

$$w_0 = w_1$$

la vitesse relative de sortie est donc égale à la vitesse relative à l'entrée, et l'on peut adopter, pour les canaux, des sections telles que toutes les vitesses intermédiaires soient égales à w_0 ou w_1; quant à la vitesse absolue sur la trajectoire EG, encore inconnue, elle diminue de u_0 à u_1, en cédant à la turbine la quantité d'énergie.

$$\frac{\Pi Q}{2g}(u_0^2 - u_1^2)$$

M. Vallet fait en sorte que, pour des zones d'égale hauteur, l'énergie cédée soit la même; si on a partagé la hauteur en n zones, la variation du carré de la vitesse absolue doit être, pour chacune d'elles:

$$\frac{u_0^2 - u_1^2}{n}$$

ce qui permet de trouver les vitesses successives u' u'', etc... en posant:

$$u_0^2 - u'^2 = u'^2 - u''^2 = \ldots\ldots = \frac{u_0^2 - u_1^2}{n}$$

En prenant des points de subdivision suffisamment nombreux, on peut appliquer à chaque zone la vitesse absolue trouvée pour le point précédent.

Pour le cas particulier qui nous occupe, on établit facilement le mode

1. Lucien Vallet. — *Principes de la Construction des Turbines.* — Paris, J. Dejey et Ce, 1875.

Digitized by Google

de construction suivant : il s'agit, par exemple, de trouver l'élément 2 de la trajectoire relative partant du point II ; on construit le triangle des vitesses MNP (fig. 51), dans lequel NM représente la vitesse d'entrainement v (qui est la même pour toutes les zones) ; MP est la vitesse relative constante, elle est donc connue en grandeur ; enfin, NP est la vitesse absolue, calculée d'après le procédé indiqué plus haut, pour la 3e zone, à laquelle nous appliquons la vitesse trouvée pour le point II ; les trois côtés du triangle étant connus, et la direction NM étant horizontale, on voit que les éléments 2 des trajectoires peuvent être tracés. En opérant de proche en proche à partir du point E, on obtiendra les contours EF, EG du chemin relatif et du chemin absolu d'un filet, à la condition que les points soient suffisamment rapprochés.

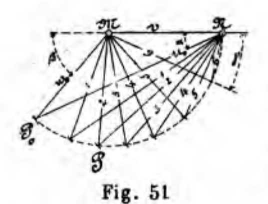


Fig. 51

Pour achever le tracé des canaux, on détermine le profil *cc* des couronnes, (fig. 50), en leur donnant un évasement continu depuis la section d'entrée b_0, jusqu'à la section de sortie b_1, dont la largeur a été calculée ; la section transversale, normale à la vitesse relative, doit être constante. On déduit, de cette condition, les largeurs I, II, etc... mesurées normalement à la trajectoire relative ; il est donc facile de tracer le contour de la veine liquide, et par conséquent, les faces concave et convexe de chacune des aubes. En opérant ainsi, on obtiendra en même temps la section transversale des cloisons, dont l'épaisseur est variable.

On aurait pu donner, au profil intérieur des couronnes, la forme *c'*, et obtenir pour les cloisons une épaisseur constante, mais ce mode de construction n'est pas à recommander ; pour éviter les remous, il faut en effet éviter toute variation rapide des *éléments* de la section.

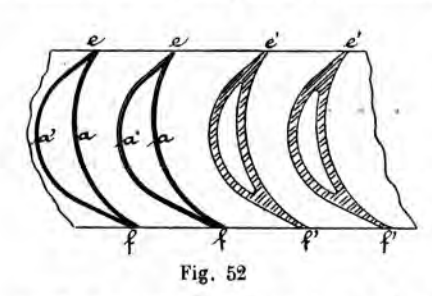


Fig. 52

Les aubes peuvent être massives et venues de fonte en même temps que les couronnes comme l'indique la figure 50. Lorsqu'elles sont en tôle, on les forme de deux épaisseurs *aa'*, mises en place dans le moule avant la coulée (fig. 52) ; on peut aussi réaliser des aubes en fonte *e'f'*, en y ménageant des creux [1],

1. Les aubes à doubles parois ont été imaginées par Hanel en 1858. — Rühlmann (ouvrage cité), tome I, p. 387.

Digitized by Google

On rencontre des turbines dans lesquelles, tout en adoptant pour les couronnes un profil à évasement continu, on réalise les aubes au moyen de cloisons en tôle $e''f''$ (fig. 53), noyées dans le moule avant la coulée; ce système est le plus facile à exécuter, mais il présente des inconvénients, car: ou bien la masse xyz participe au mouvement relatif (en ralentissant d'abord w, puis en lui restituant sa valeur primitive), ou bien elle est inerte, et absorbe, par ses tourbillonnements, une certaine quantité de force vive; dans les deux cas, le fonctionnement est moins satisfaisant.

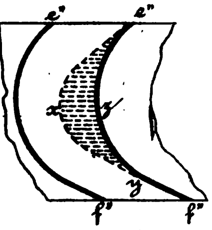


Fig. 53

On remarquera qu'il n'y a guère lieu de tenir compte de l'obstruction des aubes dans la turbine, car leur nombre diffère toujours très peu de celui des directrices; la réduction proportionnelle de section qu'elles apportent à la sortie est la même, à épaisseur normale égale, que celle produite dans l'appareil injecteur par les cloisons fixes, attendu que l'on a

$$\gamma = \alpha$$

Pour faciliter l'insertion de la veine dans la partie mobile, et corriger de légers défauts de centrage, on doit avoir soin, dans l'exécution, principalement lorsqu'il s'agit de grandes turbines, de donner un peu plus de largeur (quelques millimètres), à l'entrée de la partie mobile qu'à la sortie de l'appareil injecteur.

§ III

TURBINES DE JONVAL, OU DE HENSCHEL (1), FONCTIONNANT COMME TURBINES D'ACTION.

50. — Ces turbines sont établies en un point intermédiaire de la chute, sans toutefois qu'une partie de celle-ci soit perdue, car l'eau sortant de

1. D'après les recherches de Rühlmann (ouvrage cité), p. 378-379, Henschel aurait produit sa turbine en 1837; celle de Jonval, identique, en principe, ne daterait que de 1841. On a réalisé de très grandes turbines d'après ce type; on peut citer, parmi les plus remarquables, celles établies à la perte du Rhône, à Bellegarde.

Digitized by Google

la partie mobile descend, sous le niveau d'aval, dans un gros conduit fermé, ce qui permet à cette partie de la colonne d'agir par aspiration; la disposition en question réduit la longueur de l'arbre et facilite la visite de la turbine, qui peut être mise à sec par désamorçage.

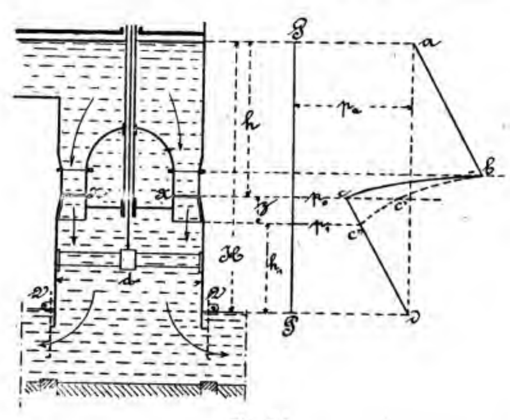


Fig. 54

La théorie exposée au paragraphe II est entièrement applicable ici; on devra remarquer seulement que la quantité désignée par h_1 dans le type général, devient négative, et que la hauteur mesurant la pression dans la partie centrale, au niveau de la section d'entrée XX (fig. 54), est

$$\frac{p_a}{\Pi} - (z + h_1)$$

car, par suite du mouvement très lent de la colonne d'aval, la pression suit la loi hydrostatique.

Pour que la pression dans le joint soit égale à celle qui règne au même niveau dans la chambre intérieure, on doit avoir:

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - (z + h_1)$$

ou

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \mathrm{H}$$

attendu que

$$z + h_1 = \mathrm{H} - h$$

Digitized by Google

L'équation (1) devient donc, comme pour les turbines à joint noyé :

$$\frac{u_0^2}{2g} = H$$

En remarquant que $v_1 = v_0$, puisqu'il s'agit d'une turbine axiale, et en tenant compte des valeurs de p_0 et p_1, l'équation (3) donne :

$$w_1 = w_0$$

Toutes les relations des turbines établies sous le niveau d'aval sont donc applicables à celle du type Jonval. La figure 55 indique la disposition générale d'une grande turbine ; l'axe peut aussi être placé horizontalement (fig. 56) (1).

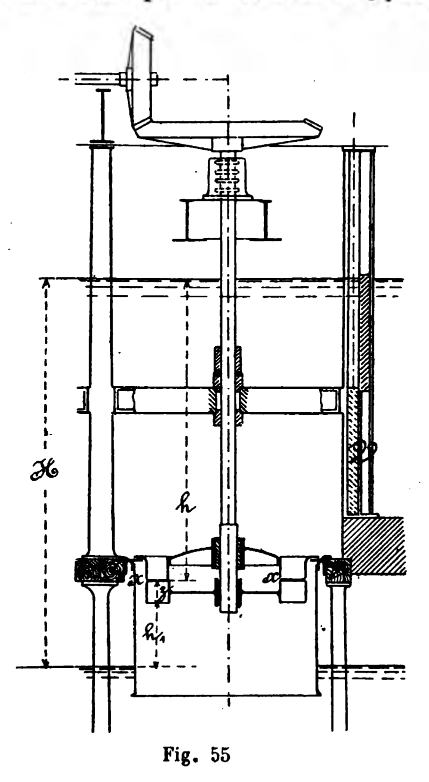
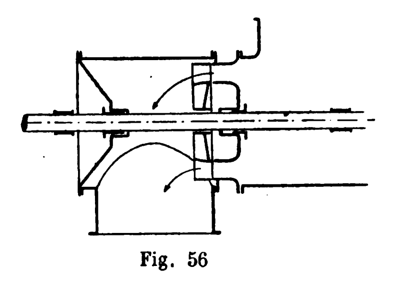


Fig. 55


Fig. 56

51. — *Limite de la hauteur $h_1 + z$.* — La hauteur $h_1 + z$ a pour limite théorique la colonne d'eau barométrique, mais doit être maintenue pratiquement en dessous de 10 mètres, à cause de l'air tenu en disso-

1. On peut, en ce cas, annuler la poussée horizontale sur l'arbre en plaçant sur le même axe deux turbines identiques, mais dans lesquelles le mouvement de l'eau est dirigé en sens contraire. (Ce dispositif, connu depuis longtemps, est encore employé aujourd'hui, et notamment par H. Queva et Cie, à Erfurt).

Voir dans *Praktische M. C.*, 1881, p. 161, une turbine Jonval, à arbre horizontal, établie sur une chute de 12m,500.

Digitized by Google

lution dans l'eau, dont le dégagement est favorisé par la réduction de pression, et à cause des rentrées, qu'il est difficile d'éviter d'une manière absolue. Bach donne comme limite pratique :

$$h_1 \leqq \frac{1}{0.11 + 0.055d}$$

d est le diamètre de la colonne d'aval.

52. — *Loi des pressions.* — On peut représenter graphiquement la loi des pressions qui s'établit pendant le fonctionnement d'une turbine Jonval. Soit PP (fig. 54), l'axe à partir duquel ces pressions sont comptées horizontalement pour chaque niveau; portons en abscisse la pression atmosphérique p_a constante, nous obtenons en P*a* la pression sur la surface d'amont, et en P*d* la pression sur la nappe d'aval, au niveau du canal de fuite. Dans la colonne d'amont, la pression varie suivant la loi hydrostatique *ab*, jusqu'au moment où les directrices, en étranglant la section, augmentent la vitesse; la pression diminue alors suivant la loi *bc* (qu'on pourrait déterminer), la pression dans le joint est donnée par p_o.

Dans la colonne d'aval, la pression varie d'après la loi hydrostatique depuis le point *d*, c'est-à-dire qu'elle est donnée par la loi *dc*" (parallèle à *ab*), jusqu'à la sortie des canaux mobiles; lorsque ceux-ci sont tracés de manière à maintenir constante la vitesse relative, la loi des pressions, dans la partie mobile, est la ligne droite *c*"*c*, formant le prolongement de *dc*".

N. B. — Les turbines Jonval sont ordinairement à réaction (§ VI).

§ IV

TURBINES A LIBRE DÉVIATION, DE GIRARD.

53. — Dans les turbines d'action proprement dites, le tracé des aubes est fait de manière à ce que la pression au joint diffère très peu de la pression extérieure (la pression atmosphérique pour le cas d'une turbine partiellement noyée); mais la veine, partout en contact avec les parois, est forcée, dans son mouvement, à prendre la forme du conduit; si, de

Digitized by Google

plus, les conditions de fonctionnement étaient changées, il en serait de même de la pression dans le joint. MM. C. Callon et D. Girard ont eu l'idée de donner aux canaux mobiles une section assez grande pour que l'eau ne soit en contact qu'avec la face concave de l'aube, et d'assurer la communication entre l'espace non occupé et le milieu extérieur ; dans ces conditions la pression qui s'établit est connue avec certitude, et il ne peut y avoir ni crachements d'eau, ni rentrées d'air. Mais il est évident que la turbine *ne peut être noyée*, car l'eau inerte viendrait remplir l'espace resté libre dans les canaux; il est évident aussi que la turbine ne peut être établie au-dessus de l'eau [1] sans qu'il en résulte une perte de chute ; nous devrons donc supposer que l'orifice de sortie des canaux mobiles se trouve au niveau d'aval.

On peut poser ici immédiatement :

$$\frac{u_0^2}{2g} = \mathrm{H} - z$$

$$w_0^2 = v_0^2 + u_0^2 - 2u_0 v_0 \cos \alpha$$

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + z$$

La condition du maximum de rendement :

$$w_1 = v_1$$

et l'égalité

$$v_1 = v_0$$

combinées avec les équations précédentes, donnent la relation fondamentale

$$u_0 v_0 \cos \alpha = g\mathrm{H}$$

Mais, u_0 étant connu :

$$u_0 = \sqrt{2g\,(\mathrm{H} - z)}$$

On en tire immédiatement v_0 :

$$v_0 = \frac{g\mathrm{H}}{\cos \alpha \sqrt{2g\,(\mathrm{H} - z)}}$$

1. A moins de recourir à la disposition hydropneumatique (54).

Digitized by Google

On a, du reste, par l'équation (13) :

$$\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} = \frac{v_0}{u_0} = \frac{H}{2(H - z)\cos\alpha}$$

On voit que β n'est plus ici égal à 2α; on peut du reste calculer w_0 au moyen de l'équation (2), et constater que :

$$w_0 < v_0$$

ce qui montre que :

$$\beta > 2\alpha$$

On trouve facilement u :

$$u_1 = 2v_0 \sin\frac{\gamma}{2}$$

et, en tenant compte de la valeur de v_0 :

$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{2g\,H^2}{H - z}\,\frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\alpha}$$

Le rendement devient :

$$U = 1 - \frac{u_1^2}{2gH} = 1 - \frac{H}{H - z}\,\frac{\sin^2\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\alpha}$$

Cette expression est la même que celle déjà trouvée au numéro 47 pour les turbines partiellement noyées, dans lesquelles on aurait :

$$h = H - z$$

c'est-à-dire dont le dégorgement se ferait au niveau d'aval.

Il semble donc que la turbine à libre déviation soit un peu inférieure aux turbines d'action ayant le joint à fleur d'eau; mais le frottement dans l'eau de la partie mobile compense probablement, pour celle-ci, ce léger avantage (premier fascicule, n° 33); on peut donc considérer la turbine Girard comme théoriquement équivalente à la turbine ordinaire, car z est toujours assez faible en comparaison de H.

Pour assurer la liberté de la veine (ou sa libre déviation), il faut per-

Digitized by Google

mettre l'épanouissement transversal par un évasement prononcé des couronnes; on adopte :

$$b_1 = 2 \text{ à } 3\, b_0$$

$$\frac{b_0}{r_0} = 0{,}1 \text{ à } 0{,}25$$

Bach indique la relation :

$$b_0 = \frac{2r_0}{8 + 0{,}2\,\mathrm{H}} \text{ à } \frac{2r_0}{13 + 0{,}2\,\mathrm{H}}$$

On prend

$$z = \frac{2r_0}{10}$$

et

$$n = 50 \text{ à } 75$$

e descend parfois jusqu'à $0^m{,}04$.

Pour établir la pression atmosphérique sur la veine, qui ordinairement remplit les orifices à la sortie, on emploie l'un des moyens représentés figures 57 et 58, dus à Girard, ou les dispositifs de Lehmann [1] qui ont, paraît-il, l'avantage de permettre le fonctionnement sous eau.

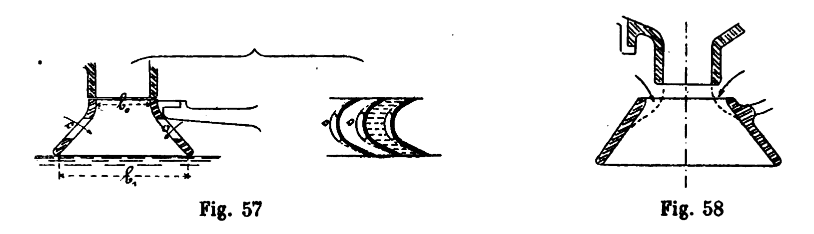


Fig. 57 Fig. 58

Le fonctionnement à libre déviation ne s'applique évidemment pas au système Jonval, attendu que, d'abord, la pression atmosphérique ne pourrait être établie à la hauteur où se trouve la turbine sans désamorcer la colonne d'aval, ce qui ferait perdre la hauteur h_1, et que, en second lieu, les canaux ne pourraient non plus être mis sans inconvénient en communication avec la chambre intérieure qui règne au niveau du joint, puisque cette chambre est remplie d'eau.

1. C. Bach. — Ouvrage cité, p. 92 à 95, - *Praktische M. C.*, 1881, p. 8.

Digitized by Google

Dans les turbines de Girard, le grand évasement des couronnes laisse à la force centrifuge une certaine action sur la veine, et l'on ne peut poser en toute rigueur $r_1 = r_0$; la couronne est quelquefois, pour cette raison, déviée à l'extérieur, c'est-à-dire qu'elle n'est pas symétrique par rapport au cylindre moyen.

§ V.

TURBINES HYDROPNEUMATIQUES DE GIRARD (1).

54. — Les dispositions que nous allons décrire permettent d'installer la turbine sous le niveau d'aval, tout en conservant le fonctionnement dans l'air, et par conséquent la libre déviation.

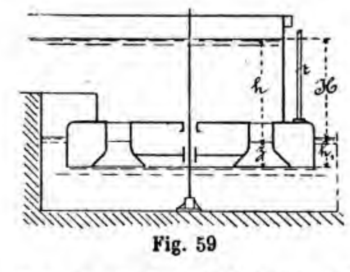


Fig. 59

Dans la figure 59, la roue est installée sous une cloche dont le bord inférieur se trouve à la hauteur des orifices de sortie ; on maintient sous la cloche, au moyen d'une pompe, une pression d'air capable d'équilibrer la hauteur h_1; soit p' la pression absolue de l'air ; en admettant que la roue soit à libre déviation, on a :

$$\frac{u_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{p'}{\Pi}$$

et comme

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h_1$$

il vient :

$$\frac{u_0^2}{2g} = h - h_1$$

Or :

$$h - h_1 = \mathrm{H} - z$$

1. Meissner. — Ouvrage cité, t. II ; pl. 23, fig. 1 ; pl. 25, fig. 5.

Digitized by Google

on trouve donc :

$$\frac{u_0^2}{2g} = H - z$$

comme pour les turbines à libre déviation qui dégorgent au niveau d'aval.

On peut imaginer une disposition inverse de la précédente: la turbine est placée plus haut que le niveau d'aval (fig. 60); une dépression convenable, entretenue dans la chambre, fait remonter le niveau jusqu'aux orifices de sortie. On a dans ce cas :

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - h_1$$

Fig. 60

et, en remarquant que :

$$h + z + h_1 = H$$

on retombe facilement sur la même conclusion que pour le premier cas.

Cette dernière disposition peut être rapprochée du système Henschel-Jonval, mais la chambre intérieure renferme ici une quantité d'air bien déterminée, qui, dans la turbine du § III, ne pourrait s'y trouver qu'accidentellement, en altérant du reste les conditions du fonctionnement, pour peu que le niveau de l'eau descendit en dessous du joint.

§ VI.

TURBINES AXIALES A RÉACTION.

Ces turbines diffèrent de celles examinées jusqu'ici, en ce que l'eau, au moment où elle est admise sur la roue, n'a pas reçu toute la vitesse qui correspond à la chute; l'excès de la pression dans le joint sur la pression à la sortie, produit une augmentation de la vitesse relative à l'intérieur des canaux mobiles, au lieu que, dans les turbines d'action,

Digitized by Google

la vitesse est simplement déviée (41). D'après les considérations exposées au n° 46, les turbines à réaction sont caractérisées par :

$$\beta > 2\alpha$$

mais il convient d'examiner plus particulièrement les tracés qui sont en usage.

A. — Cas où $\beta = 90°$.

55. — Les formules (A') et (A") (n° 45) donnent :

$$u_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{gH}$$

$$v_0 = \sqrt{gH}$$

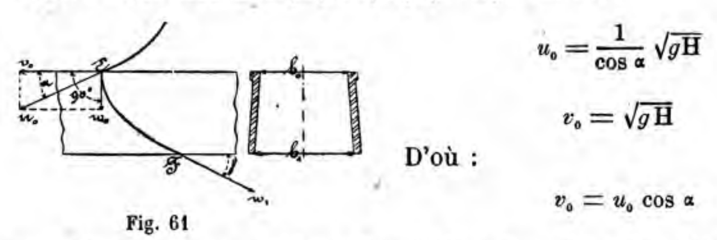


Fig. 61

D'où :

$$v_0 = u_0 \cos\alpha$$

ce qui était du reste évident d'après la valeur de β (fig. 61).

Ces valeurs, comparées à celles qui ont été trouvées pour les turbines d'action (46), indiquent une *diminution* de la vitesse absolue d'entrée dans le rapport de $\cos\alpha\sqrt{2}$, et une *augmentation* de v_0 dans le même rapport, d'où l'on conclut, qu'à chute égale, *les turbines à réaction ont une marche plus rapide que les turbines d'action.*

En remarquant que

$$v_1 = v_0 = u_0 \cos\alpha$$

et que

$$r_0 = r_1$$

l'équation (7) de la théorie générale devient :

$$\frac{b_0}{b_1} = \frac{\sin\gamma}{\operatorname{tg}\alpha}$$

et le rendement est :

$$U = 1 - 2\sin^2\frac{\gamma}{2}$$

On a généralement :

$$\gamma = \alpha$$

Digitized by Google

et, par conséquent,

$$b_1 = \frac{b_0}{\cos \alpha}$$

α est toujours un angle très aigu, b_1 est donc peu supérieur à b_0, c'est-à-dire que les couronnes sont très peu évasées.

On a, par la comparaison des vitesses relatives à l'entrée et à la sortie :

$$w_1 = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} w_0$$

La vitesse w_1 est donc ici beaucoup plus grande que w_0, ce qui devait être, puisque la pression p_0 produit une augmentation de la vitesse relative; on a du reste par l'équation (1), en remplaçant u_0 par sa valeur :

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{H}{2 \cos^2 \alpha}$$

Soit, par exemple, $\alpha = 20°$, et supposons le joint à fleur d'eau (fig. 61), on a alors $h = H$, et :

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + 0.43 \, H$$

La loi des pressions est représentée, depuis le niveau d'amont jusqu'à la sortie de l'appareil injecteur, par la ligne *abc* (fig. 62), dont la portion *ab* suit la loi hydrostatique, et dont le point *c* est obtenu en menant :

$$c'c = 0.43 \, \Pi H$$

(*bc* est supposé rectiligne, ce qui n'arrivera pas en général).

Fig. 62

La loi des pressions dans la turbine doit aboutir au point *d*, connu par la quantité dont la roue est noyée; la forme de la ligne *cd* dépend du tracé des aubes : nous l'avons supposée rectiligne.

La loi des pressions pour la turbine d'action serait *abc'd*.

56. — *Tracé des directrices et des aubes.* — Le tracé des directrices ne présente rien de particulier, il est le même que pour les turbines

Digitized by Google

d'action; pour les aubes, on peut employer le procédé déjà indiqué de M. Vallet; on calcule les valeurs

$$u_0^2 \text{ et } u_1^2$$

$$w_0^2 \text{ et } w_1^2$$

on partage la hauteur z en n zones égales (fig. 63), et l'on s'impose la condition que, pour chacune d'elles, le carré de la vitesse absolue u varie de

$$\frac{v_0^2 - u_1^2}{n}$$

et celui de la vitesse relative w, varie de [1]

$$\frac{w_1^2 - w_0^2}{n}$$

On en déduit, pour des points aussi rapprochés que l'on veut, la vitesse relative et la vitesse absolue; la vitesse d'entraînement v, connue en grandeur et direction, qui forme le troisième côté de tous les triangles

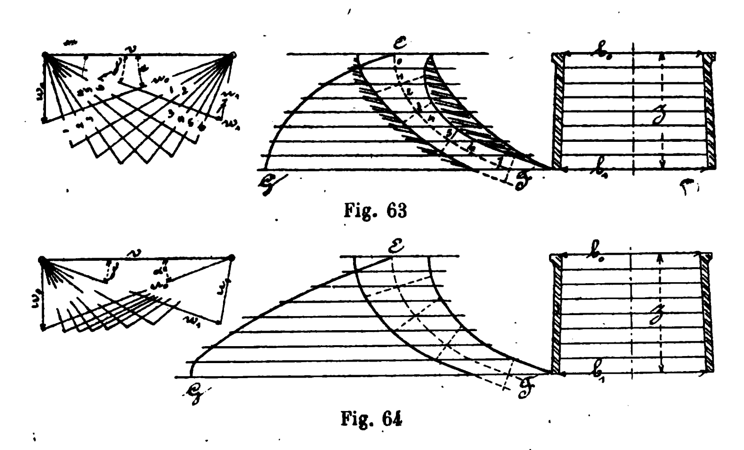


Fig. 63

Fig. 64

des vitesses, permet de déterminer les directions de u et w. En commençant par le point d'entrée, on détermine la trajectoire relative, EF, et si l'on veut, la trajectoire absolue EG, du filet liquide.

1. Lorsque cette dernière condition est réalisée, on peut démontrer facilement que la pression varie effectivement suivant la loi représentée par la ligne droite *cd*.

Digitized by Google

La trajectoire relative est l'axe du canal, dont le profil est déterminé *a priori* par la section transversale des couronnes, les largeurs b_0 et b_1 de celles-ci étant connues. Le procédé à employer pour déterminer les dimensions normales à la vitesse relative est le même qu'au numéro 49, il permet de trouver l'épaisseur des cloisons, qui, dans ce cas, sont en fonte, du même jet que les couronnes.

Si l'on veut faire usage d'aubes en tôle à épaisseur constante, et que l'on s'impose en même temps le profil des couronnes, on doit renoncer à faire varier la force vive relative et la force vive absolue proportionnellement à la hauteur; on peut, dans ce cas, se donner la trajectoire relative EF (fig. 64), à partir de laquelle on porte horizontalement la demi-largeur constante du canal; on peut calculer, d'après les sections, les vitesses relatives dans chaque zone; comme leurs directions sont connues, on peut achever les triangles qui déterminent les vitesses absolues en grandeur et direction, et tracer la trajectoire absolue EG.

57. — *Turbines sans évasement.* — On peut avoir

$$b_1 = b_0$$

car il suffit, en se reportant à l'équation qui lie ces quantités, de faire

$$\sin \gamma = tg \alpha$$

γ est alors un peu supérieur à α.

Si, de plus, les aubes sont en tôle, on voit que la section horizontale du canal est constante, la composante verticale de w est donc constante,

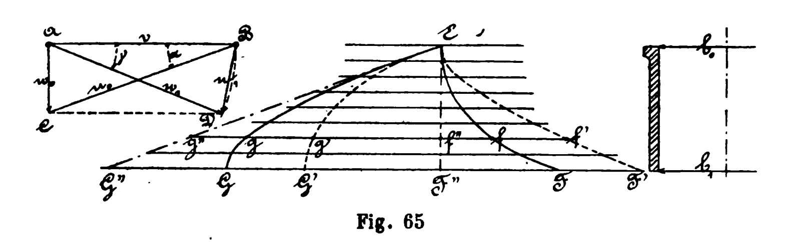


Fig. 65

et égale à w_0; on en déduit la construction suivante (fig. 65), qui permet de trouver la vitesse absolue: on porte w_0 dont on calcule la valeur, sur la verticale AC, par C on mène une ligne horizontale; du point A, avec le rayon AB, on décrit l'arc BD jusqu'à son intersection avec l'horizontale

Digitized by Google

passant par le point C. AD est la vitesse relative de sortie, puisqu'elle est égale à v, et que sa projection sur la verticale est w_0. La vitesse absolue u_1 est donc donnée par le côté BD.

On pourrait encore tracer l'aube en s'imposant la condition que l'une des forces vives (la force vive du mouvement absolu, par exemple) varie proportionnellement à la hauteur ; on calcule alors la série des valeurs de u, et on en déduit facilement celle des valeurs de w, attendu que tous les sommets des triangles des vitesses sont sur la ligne CD. On trace alors les trajectoires EF et EG ; EF est en même temps la forme de l'aube. Si l'on s'impose la condition que la force vive du mouvement relatif doit varier proportionnellement à la hauteur, on obtient, pour les trajectoires, les lignes pointillées EF', EG' ; mais ce tracé ne conviendrait pas, la courbure du canal étant trop prononcée à l'entrée.

58. — Lorsque l'une des trajectoires EF, est donnée, on peut en déduire facilement EG, il suffit de porter sur la même horizontale, à partir de EG'' qui représente la vitesse u_0 prolongée, la quantité $g''g$ égale à $f''f$, on trouve ainsi autant de points que l'on veut de la courbe EG, et l'on a, en particulier, dans le plan inférieur de la turbine :

$$G''G = F''F$$

Cette propriété résulte de ce que la projection verticale de la vitesse relative est constante ; la masse élémentaire, partie du point E, parcourt donc dans le sens vertical un chemin Ef'' proportionnel au temps, le chemin parcouru dans le sens horizontal est aussi proportionnel au temps, puisque la vitesse d'entraînement est constante ; les chemins parcourus projetés suivant les directions considérées sont proportionnels à w_0 et v, ou, ce qui revient au même, à Ef'' et $f''g''$, qui sont dans le même rapport que ces deux quantités, etc...

B. — Cas où $\beta = 90° + \frac{\alpha}{2}$

59. — Pour cette valeur particulière de β (fig. 66), on a :

$$\sin \beta = \sin (\beta - \alpha) = \cos \frac{\alpha}{2}$$

Digitized by Google

et les équations A et A' fournissent :

$$u_0 = v_0 = \sqrt{\frac{gH}{\cos \alpha}}$$

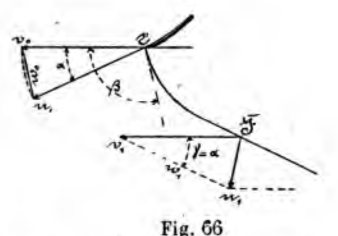


Fig. 66

On trouve, par l'équation (1)

$$\frac{p_0}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{H}{2 \cos \alpha}$$

Supposons que le joint soit à fleur d'eau ($h = H$), et prenons $\alpha = 20°$.

$$\frac{p_0}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + 0.47\ H$$

L'augmentation de β produit, comme on pouvait s'y attendre, un excès de pression de plus en plus prononcé à la sortie des directrices.

L'égalité des débits à la sortie de l'appareil injecteur et à la sortie de la turbine donne :

$$b_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}\, b_0$$

Comme on a généralement $\alpha = \gamma$, ces turbines n'ont pas d'évasement.

N. B. — La turbine Jonval-Henschel fonctionne ordinairement à réaction, elle admet les valeurs $\beta = 90°$ ou $\beta = 90° + \frac{\alpha}{2}$; le diagramme de la pression est alors figuré par la ligne *abc'c''d* (fig. 54).

§ VII

TURBINES RADIALES CENTRIFUGES FONCTIONNANT COMME TURBINES D'ACTION, OU DANS LESQUELLES LE DEGRÉ DE RÉACTION EST FAIBLE.

60. — *Turbines à joint noyé.* — Les équations du n° 45 sont applicables aux turbines radiales, et peuvent servir de base au calcul de leurs dimensions. Si nous supposons que la turbine appartienne au type général représenté figure 46, la pression p_1 varie, pour les divers filets horizontaux, suivant la loi hydrostatique ; il en est de même de p_0, puisque

Digitized by Google

les filets se meuvent en couches horizontales ; on peut donc poser, pour la turbine fonctionnant avec le minimum de réaction

$$\frac{p_0 - p_1}{\Pi} = 0$$

Les équations (1) et (6), combinées, donnent alors :

$$u_0 = \sqrt{2gH}$$

et, par l'équation fondamentale (A) :

$$v_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2}}$$

Ces valeurs sont précisément celles trouvées au n° 46, et ne peuvent être réalisées que si l'on a, dans l'équation (A') :

$$\beta = 2\alpha$$

Les équations (7) et (8) fournissent, en remplaçant les vitesses en fonction de u_0 et v_0, dont les valeurs sont connues :

$$\frac{b_1}{b_0} = 2\frac{r_0^2}{r_1^2}\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos\alpha$$

Pour

$$\alpha = \gamma = 20°$$

et

$$r_0 = 0{,}73\ r_1$$

on trouve

$$b_1 = b_0$$

c'est à dire que l'évasement des couronnes est nul, contrairement à ce que nous avons trouvé pour les turbines axiales du § II.

Pour augmenter le rapport $\frac{b_1}{b_0}$, il faut diminuer l'angle γ, et le rendement U augmente [équation (E)] ; γ descend parfois jusqu'à 10 ou 12°.

Les turbines radiales sont peu représentées parmi les turbines d'action proprement dites, mais elles sont souvent employées comme turbines à libre déviation à arbre horizontal et injection partielle (83).

Digitized by Google

§ VIII.

TURBINES CENTRIFUGES A LIBRE DÉVIATION.

61. — Girard et les constructeurs qui ont appliqué ses principes ont généralement réservé l'injection axiale aux turbines à arbre vertical, et ont adopté, à peu d'exceptions près, le fonctionnement radial pour les roues partielles à arbre horizontal, appelées aussi roues tangentielles [1].

Les turbines à libre déviation, à cause de leurs canaux incomplètement remplis, ne peuvent être noyées ; c'est l'une des raisons pour lesquelles elles ne sont pas à arbre vertical, puisque dans ce cas (fig. 67), une partie de la chute est employée à accélérer le mouvement des filets déjà sortis de la turbine ; dans les turbines axiales, cette accélération se produit sur l'aube même et n'est pas perdue, il en est de même dans les roues tangentielles.

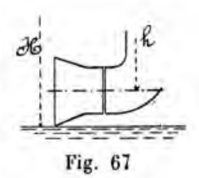


Fig. 67

On a pour toute turbine à libre déviation :

$$p_o = p_1 = p_a$$

et, dans le cas qui nous occupe, où l'eau n'est reçue que sur quelques aubes situées très près de la verticale passant par l'axe,

$$z = r_1 - r_o$$

l'équation (3) devient :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + r_1 - r_o + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

et puisque $w_1 = v_1$

$$\frac{w_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} - (r_1 - r_0)$$

On a d'ailleurs

$$\frac{u_0^2}{2g} = \mathrm{H} - (r_1 - r_0)$$

1. C. Bach. — Ouvrage cité, pl. II, fig. 7 et 8. — D'après Rühlmann, t. I, p. 389, cette disposition serait due à Schwammkrug. — On trouve dans Meissner, ouvrage cité, et notamment pl. 22-43-67-79, de nombreux exemples de roues tangentielles.

Digitized by Google

ces deux dernières égalités, combinées avec l'équation (2), de condition à l'entrée, donnent la relation fondamentale:

$$u_0 \, v_0 \cos \alpha = g \mathrm{H}$$

On peut donc calculer u_0 et v_0; on constate facilement, comme dans les turbines axiales à libre déviation (53) que

$$w_0 < v_0$$

ce qui entraine

$$\beta > 2 \alpha$$

62. — Les règles déjà données à plusieurs reprises pour le tracé des aubes, sont applicables aux turbines radiales; mais, pour les turbines à libre déviation, la vitesse relative qui s'établit ne résulte pas de la section (puisque celle-ci n'est pas remplie), il faut donner au canal une

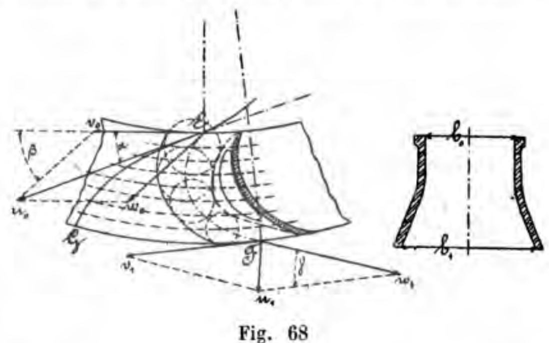


Fig. 68

ouverture suffisante pour que la veine puisse s'épanouir librement. On peut calculer la vitesse relative w correspondant à un rayon r quelconque, car il suffit de remplacer r_1 par r et v_1 par v dans l'équation qui a servi à calculer la vitesse relative de sortie, on a alors:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + r - r_0 + \frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

v est la vitesse d'entraînement à la distance r du centre.

En substituant dans cette équation la valeur trouvée pour w_0, on a:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} - (r_1 - r)$$

Digitized by Google

On peut, au moyen de cette équation, calculer la série des valeurs de w pour des valeurs de r rapprochées; on trace la trajectoire EF (fig. 68), tangente à la direction w_0, et coupant la circonférence extérieure sous l'angle γ; on calcule la largeur b_1 en supposant que les orifices soient remplis à la sortie, et on trace, *au juger*, le profil des couronnes; on calcule ensuite, d'après les vitesses relatives trouvées, l'épaisseur normale de la veine en chaque point; on peut représenter ainsi l'espace occupé par le liquide, et en déduire la forme de la surface concave de l'aube, ainsi que le contour des vides à ménager dans les couronnes pour permettre à la pression atmosphérique de s'établir.

§ IX

TURBINES CENTRIFUGES A RÉACTION.

63. — Ces turbines sont caractérisées par

$$\beta > 2\alpha$$

Nous pourrions, comme au § VI, considérer séparément différents cas; mais la marche à suivre est absolument la même que pour les turbines axiales; nous prendrons donc, comme exemple unique, celui où l'angle β est égal à 90°

Les équations de la théorie générale donnent immédiatement:

$$u_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{gH}$$

$$v_0 = \sqrt{gH}$$

d'où

$$v_0 = u_0 \cos\alpha$$

La pression dans le joint est:

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{H}{2\cos^2\alpha}$$

La largeur des aubes à la sortie résulte de l'égalité des débits (éq. 7)

$$\frac{b_1}{b_0} = \frac{r_0^2}{r_1^2}\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma\cos\alpha}$$

Digitized by Google

Pour $b_1 = b_0$, les couronnes sont sans évasement, et l'on trouve

$$\sin \gamma = \frac{r_0^2}{r_1^2} \operatorname{tg} \alpha$$

Meissner (1) donne, pour les rapports des rayons, et pour l'angle α, les valeurs suivantes :

1°) Pour de grands volumes d'eau, la chute étant faible, α varie de 20 à 24°,

$$r_0 = 0{,}75\, r_1 \text{ en moyenne.}$$

2°) Pour des volumes moyens et des chutes moyennes, α varie de 16 à 20°,

$$r_0 = 0{,}74\, r_1 \text{ en moyenne.}$$

3°) Pour de faibles volumes, la chute étant élevée, α varie de 15 à 18°, et

$$r_0 = 0{,}72\, r_1 \text{ en moyenne.}$$

En partant de ces valeurs, on peut trouver celles de γ, mais, afin de réduire l'obstruction possible des canaux à la sortie, on est obligé d'augmenter les angles, et de prendre respectivement, pour les trois cas ci-dessus

$$\gamma = 12 \text{ à } 18^\circ$$
$$11 \text{ à } 16^\circ$$
$$10 \text{ à } 12^\circ$$

§ X.

TURBINES A ALIMENTATION EXTÉRIEURE (2).

64. — Ces turbines s'appellent aussi turbines centripètes, ou turbines de *Francis*, du nom de l'ingénieur Américain qui les a imaginées en 1849. Nous supposerons que le fonctionnement ait lieu par réaction ; soit, par exemple,

$$\beta = 90^\circ$$

1. Ouvrage cité, p. 738.
2. Zeuner a le premier appelé l'attention sur ces turbines, et signalé leur supériorité sur le système Fourneyron. — *Civil Ingenieur*, 1855.

Digitized by Google

Les formules générales continuent à être applicables, pourvu que r_0 désigne le rayon à l'entrée ou rayon extérieur, et r_1 le rayon à la sortie, ou rayon intérieur (fig. 69); on a

$$\frac{b_1}{b_0} = \frac{r_0^2}{r_1^2} \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma \cos \alpha}$$

Soit

$$r_1 = 0{,}75\, r_0$$

il vient

$$\frac{b_1}{b_0} = 1{,}78 \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma \cos \alpha}$$

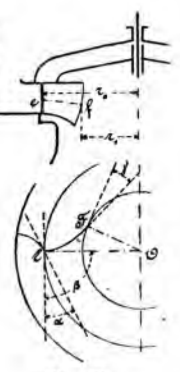
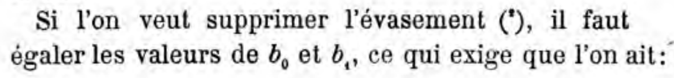


Fig. 69

Les couronnes comportent donc un évasement vers le centre [1], leur axe médian, ef, est dévié vers le bas.



Si l'on veut supprimer l'évasement [2], il faut égaler les valeurs de b_0 et b_1, ce qui exige que l'on ait:

$$\sin \gamma = 1{,}78 \operatorname{tg} \alpha$$

ou, pour

$$\alpha = 15^\circ, \ \gamma = 29^\circ \text{ environ}$$
$$\alpha = 20^\circ, \ \gamma = 40^\circ \quad »$$

Le rendement est

$$U = 1 - 2 \frac{r_1^2}{r_0^2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}$$

Pour la même valeur de γ, U est supérieur à ce qu'il serait pour une turbine centrifuge, attendu que l'on a

$$r_1 \lesseqgtr r_0$$

suivant qu'il s'agit de l'un ou de l'autre mode d'alimentation; ce résultat pouvait être prévu, car la vitesse relative d'entrée, qui pour $\beta = 90^\circ$ est, dans les deux cas:

$$w_0 = u_0 \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{g \mathrm{H}}$$

1. C. Bach. — Ouvrage cité, pl. I, fig. 2.
2. Meissner. — Ouvrage cité, pl. 16-17-18. — *Praktische M. C.*, 1882, p. 89.

Digitized by Google

est accélérée jusqu'à la sortie par la hauteur motrice :

$$\frac{p_0}{\Pi} - \frac{p_1}{\Pi} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

Or, dans la turbine centrifuge,

$$v_1 > v_0$$

et, par conséquent, la hauteur motrice est plus grande que celle qui est due aux pressions seules, tandis que le contraire a lieu pour la turbine centripète. Pour une valeur de γ donnée, la hauteur perdue à la sortie $\frac{u_1^2}{2g}$ étant proportionnelle au carré de la vitesse relative, puisque

$$u_1 = 2\ w_1 \sin \frac{\gamma_1}{2}$$

la valeur du rendement doit être supérieure pour la turbine centripète.

65. — *Observation sur la courbure des aubes.* — Les relations existant entre β et α sont générales, et caractérisent le degré de réaction, qu'il s'agisse de turbines axiales, centrifuges ou centripètes. Il peut être intéressant de comparer les rendements théoriques (U) de ces trois espèces de turbines, pour une même valeur $\beta = 90°$, ainsi que les formes des aubes ; or, on a, dans les trois cas :

$$U = 1 - 2 \frac{r_1^2}{r_0^2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}$$

Admettons :

$r_1 = \frac{r_0}{0,75}$ pour la turbine centrifuge,

$r_1 = 0,75\ r_0$ — centripète,

et

$r_1 = r_0$ — axiale.

Soit $\gamma = 15°$ pour la turbine axiale, et proposons-nous de réaliser des rendements égaux pour les trois machines ; il est facile de trouver que

Pour la turbine centrifuge $\gamma = 10°$

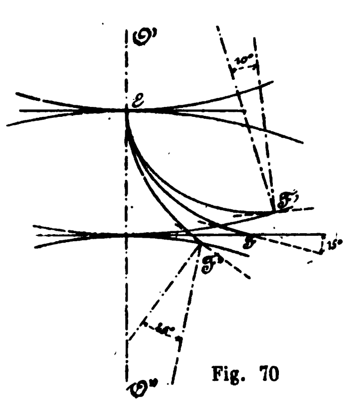
— centripète $\gamma = 20°$

Digitized by Google

La figure 70 donne, superposés l'un à l'autre, les trois tracés qui satisfont à ces conditions. L'angle de contingence de chacune des trois aubes varie en augmentant dans l'ordre suivant :

Turbine centripète :	$\beta - \gamma - EO''F''$	$= 70° - EO''F''$
— axiale	$\beta - \gamma$	$= 75°$
— centrifuge	$\beta - \gamma + EO'F'$	$= 80° + EO'F'$

Cette différence de courbure exerce nécessairement une influence sur les résistances passives, et modifie les conclusions que l'on pourrait tirer de l'expression théorique du rendement ; les aubes de la turbine Fourneyron sont à la fois plus longues et plus courbées que celles de la turbine Françis qui donnerait le même rendement théorique, on peut y voir l'une des raisons pour lesquelles la turbine Fourneyron s'est moins développée que les deux autres catégories : la turbine axiale, sur le continent, et la turbine Francis, aux Etats-Unis.


Fig. 70

Les expériences de Lehmann confirment ces prévisions [1] elles ont donné, pour les pertes, évaluées en fractions de la hauteur de chute :

	TURBINE		
	Centrifuge	Axiale	Centripète
Résistances hydrauliques.	0,14	0,12	0,10
Perte de force vive à la sortie. . . .	0,07	0,03	0,06
Frottements.	0,02	0,03	0,02
Totaux. . .	0,23	0,18	0,18

1. Voir le dispositif des expériences au frein dans *Praktische M. C.*, 1881, p. 293. Voir aussi les recherches de grand intérêt publiées par *Ed. Haenel*, *Civil Ingenieur*, 1878, p. 101. — (Ueber Girard Turbinen der Campmühle in Varzin).

Digitized by Google

La turbine centripète peut avoir des aubes droites, ou à double courbure ([1]); il suffit de suivre, pour s'en assurer, les modifications que subit l'aube EF'' (fig. 70), lorsque β diminue et que γ augmente. Ce fait n'est du reste nullement en contradiction avec le principe établi au n° 39, car d'abord le mouvement d'entrainement n'est pas rectiligne et uniforme, et les forces fictives jouent un certain rôle, en outre, la vitesse relative de sortie n'est pas égale à la vitesse relative à l'entrée ([2]).

§ XI.

TURBINES SANS DIRECTRICES.

66. — *Turbine Cadiat* ([3]). — Cette turbine n'a pas de directrices dans l'appareil injecteur ; on peut supposer que la vitesse u_0 est dirigée suivant le rayon (fig. 71) et l'angle α est droit.

L'équation 12 (n° 44) montre que la pression à l'entrée ne peut conserver une valeur positive, et l'équation (A') donne d'ailleurs :

$$u_0 = \infty$$

Fig. 71

La condition du maximum d'effet conduit donc à une impossibilité ; on doit admettre, ou que l'eau n'entre pas sans choc dans la roue, ou que la vitesse w_1 diffère de v_1 ; acceptons cette dernière hypothèse et cherchons la vitesse v_0 ainsi que la valeur de l'angle β'. On doit avoir, pour éviter le choc à l'entrée :

$$u_0 = \frac{v_0}{\operatorname{tg} \beta'}$$

1. Turbine Mahler. — Meissner, pl. 54 et 98.
2. La turbine Girard peut être à alimentation extérieure; voir n° 77. Des turbines de ce genre, fonctionnant sous une chute de 170 mètres, avec un débit de 50 litres par seconde, ont été installées à Juncal (Chili) pour commander des dynamos à la vitesse de 700 tours par minute sans aucune transmission intermédiaire. — Engineering, 1891, 1er sem., page 481. (The Transandine Railway).
3. Armengaud. — *Publication industrielle*, t. II, pl. 34.

Digitized by Google

la pression dans le joint sera donnée par :

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{u_0^2}{2g}$$

Pour que la pression dans le joint soit égale à la pression extérieure,

$$\frac{p_a}{\Pi} + h_1$$

il faut que

$$\frac{u_0^2}{2g} = h - h_1 = \mathrm{H}$$

d'où on tire l'équation qui donnera v_o :

$$\frac{v_0^2}{2g} = \mathrm{H}\ \mathrm{tg}^2 \beta'$$

A chaque valeur β' correspond une vitesse v_o.

Cherchons la vitesse absolue de sortie, elle est la résultante de w_1 et de la vitesse d'entraînement:

Mais on a par l'équation (3), puisque $z = o$ et que $p_1 = p_o$:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

ou :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}\frac{1}{\sin^2\beta'} + \frac{v_0^2}{2g}\left(\frac{r_1^2}{r_0^2} - 1\right)$$

et, en remplaçant $\frac{v_o^2}{2g}$ par sa valeur :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \mathrm{H}\ \mathrm{tg}^2 \beta' \left[\frac{1}{\sin^2\beta'} + \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - 1\right]$$

En remplaçant v_1 en fonction de v_o, donc de β', et en substituant la valeur de w_1 dans l'expression de u_1^2, on trouve :

$$\frac{u_1^2}{2g} = \mathrm{H}\ \mathrm{tg}^2 \beta' \left[2\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\beta'} - 1 - 2\frac{r_1}{r_0}\cos\gamma\sqrt{\frac{1}{\sin^2\beta'} + \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - 1}\right]$$

On pourrait chercher, pour différentes valeurs de $\frac{r_1}{r_0}$ et de γ, la va-

Digitized by Google

leur de β' qui réduit au minimum la hauteur perdue $\frac{u_1^2}{2g}$, mais cette recherche est compliquée ; l'expression ci-dessus, de la hauteur perdue, permet d'effectuer des calculs numériques, et de trouver, par exemple, le rendement pour un rapport donné des rayons, et un certain angle γ choisi à l'avance.

Soit :

$$\gamma = 20°$$

et

$$r_1 = r_0 \sqrt{2}, \text{ ou} \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 = 2$$

On trouve pour le rendement U, et pour les rapports $\frac{v_0}{u_0}$, $\frac{w_1}{u_0}$ et $\frac{b_1}{b_0}$, les valeurs ci-après, calculées pour divers angles β' :

β'	$\frac{v_0}{u_0}$	U	$\frac{w_1}{u_0}$	$\frac{b_1}{b_0}$
10°	0.176	0.364	1.026	2.02
20	0.364	0.558	1.125	1.84
30	0.577	0.648	1.290	1.60
45	1.000	0.603	1.732	1.20

On découvre facilement, à l'inspection des chiffres de ce tableau, que la turbine, en fonctionnant par action, donnerait son rendement maximum pour une valeur de β' comprise entre 30 et 45°, abstraction faite des pertes de charge, dont l'effet est ici d'autant plus grand que la vitesse relative prend une valeur considérable. La turbine Cadiat, créée dans un but de simplification, n'a pu se répandre à cause de l'infériorité de son rendement (1).

67. — *Turbine Écossaise.* — Cette machine (fig. 72) ne diffère pas,

1. La turbine à hélice, établie autrefois à Saint-Maur par M. Plataret, représente, dans le genre axial, ce que la turbine Cadiat est pour le genre radial, et présente les mêmes défauts.

Digitized by Google

en principe, de la précédente, mais la section de sortie est à celle d'entrée dans un rapport déterminé, (généralement $\frac{2}{3}$), et

$$r_0 = \frac{1}{3} r_1$$

Fig. 72

On a donc ici :

$$v_0^2 = \frac{1}{9} v_1^2$$

et

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{9}{4} \frac{w_0^2}{2g}$$

En supposant que la turbine fonctionne noyée, mais, avec le joint à fleur d'eau, la pression p_o qui s'établit à l'entrée des canaux est donné par l'équation :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + \frac{p_o}{\Pi} - \frac{p_a}{\Pi} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}$$

La partie centrale, qui est fixe, ayant un faible diamètre, s'engage dans la partie mobile ; on peut, à la rigueur, admettre pour p_o une valeur différente de la pression atmosphérique, si l'appareil est construit avec précision ; en substituant dans l'équation ci-dessus les valeurs de w_1 et v_1 en fonction de w_o et v_o, il vient :

$$\frac{5}{4} \frac{w_0^2}{2g} = 8 \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0 - p_a}{\Pi}$$

et, comme il ne doit pas y avoir de choc à l'entrée, et que la direction de la vitesse u_o est celle du rayon OE, on a :

$$w_0 = \frac{v_0}{\sin \beta'}$$

Il vient donc :

$$\left(\frac{5}{4 \sin^2 \beta'} - 8\right) \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_o - p_a}{\Pi}$$

On trouverait, pour $p_o = p_a$:

$$\sin^2 \beta' = \frac{5}{32}$$

Digitized by Google

d'où

$$\beta' = 23^0 \text{ environ}$$

Pour toute valeur supérieure à celle-ci, la pression à l'entrée serait inférieure à la pression atmosphérique ; on a, du reste :

$$u_0 = \frac{v_0}{\text{tg}\,\beta'}$$

et

$$\frac{u_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\Pi} - \frac{p_o}{\Pi} + \text{H}$$

Lorsqu'on se donne β', on peut, au moyen de ces valeurs supplémentaires, déterminer p_o, ainsi que les vitesses, et tracer l'axe EF de chacun des canaux.

On attribue généralement à la turbine Ecossaise un rendement pratique maximum de $\frac{2}{3}$

68. — *Roue de Segner, tourniquet hydraulique* (1). — L'ancienne roue de Segner ainsi que le levier hydraulique de de Mannoury d'Ectot, se rattachent encore aux turbines sans directrices. Pour simplifier l'exposé, nous supposons d'abord qu'il s'agisse d'un tube court AB (fig. 73), tournant autour d'un axe vertical, et recevant l'eau d'un vase immobile dans lequel la surface libre est très grande. La section du tube est supposée constante et égale à celle de l'orifice ; lorsqu'on néglige la perte due au choc qui se produit au moment de la jonction de la colonne qui descend en filets parallèles, et de la partie tournante, l'équation (3) donne, en faisant :

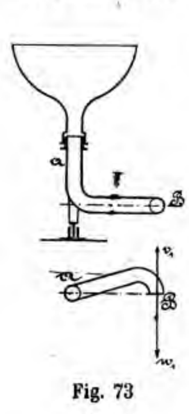


Fig. 73

$$r_o = o$$

et en prenant, à la surface libre :

$$w_0 = o$$

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} + \text{H}$$

1. Ce petit appareil, en usage dans les cabinets de physique, ne diffère de la roue de Segner que par la variation brusque dans la grandeur et la direction de la vitesse, au moment où l'eau arrive à l'orifice. Le tourniquet a été employé récemment pour de très hautes pressions. — *Industrie moderne*, mars 1890.

Digitized by Google

ou

$$w_1^2 = v_1^2 + 2g\mathrm{H}$$

Le rendement est, abstraction faite de tous frottements ou pertes de charge ([1]), puisque

$$u_1 = w_1 - v_1 :$$

$$\mathrm{U} = 1 - \frac{(w_1 - v_1)^2}{2g\mathrm{H}}$$

On peut construire w_1^2 en portant sur les deux côtés d'un angle droit, (fig. 74) :

$$\mathrm{MP} = \sqrt{2g\mathrm{H}}$$

$$\mathrm{MN} = v_1$$

On a

$$\mathrm{PN} = w_1$$

et

$$\mathrm{PQ} = w_1 - v_1$$

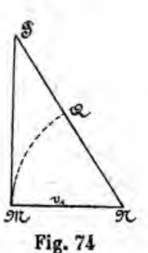


Fig. 74

1. Pour tenir compte de la vitesse perdue à l'entrée **A** de la partie mobile, remarquons que le tuyau étant cylindrique, la vitesse relative des filets, dans la partie tournante, est égale à la vitesse absolue dans la partie fixe ; soit w cette vitesse, et considérons le filet situé à la distance ρ de l'axe (fig. 75), soit v la vitesse d'entraînement, la vitesse relative qui tend à s'établir à l'entrée de la partie mobile est w', mais celle qui s'établit réellement ne peut être que w. Il y a donc, pour le filet, une perte de force vive due à la composante v ou $\omega\rho$, perte qui, pour la section élémentaire

$$\rho\, d\alpha\, d\rho$$

serait, par unité de temps :

$$\frac{\Pi}{g}\rho\, d\alpha\, d\rho\, w\, \omega^2 \rho^2$$

et, pour toute la section de rayon a :

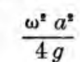
$$\omega^2 \frac{\Pi}{g} w \int_o^{2\pi} d\alpha \int_o^a \rho^3\, d\rho$$

ou

$$\frac{\Pi\,\mathrm{Q}}{g}\,\frac{\omega^2 a^2}{2}$$

Fig. 75

La hauteur motrice perdue est donc



$$\frac{\omega^2 a^2}{4g}$$

Bien que ω puisse être très grand, cette hauteur est négligeable pour de grandes chutes, car a est alors assez petit.

Lorsque l'on suppose que l'entrée, au lieu de s'opérer par un coude, est accompagnée d'un changement de vitesse brusque à la périphérie, la perte de charge augmente, mais conserve encore toutefois une valeur relative très modérée.

Digitized by Google

Cette valeur diminue jusqu'à o lorsque v_1 augmente indéfiniment, et le rendement tend alors vers l'unité; il s'annulerait, au contraire, pour

$$(w_1 - v_1)^2 = 2g\text{H}$$

ou pour

$$v_1 = o$$

La pression p_0 qui s'établit à la naissance des branches est donnée par

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + \frac{p_o}{\Pi} - \frac{p_a}{\text{H}} + \frac{v_1^2}{2g}$$

w est la vitesse relative en un point quelconque du tuyau, on a donc:

$$w = w_1$$

$$\frac{p_o}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - \frac{v_1^2}{2g}$$

Comme p_0 ne peut être négatif, on devra avoir au maximum:

$$\frac{v_1^2}{2g} = 10^{\text{m}},33$$

ce qui limite la vitesse v_1, et, par conséquent, le rendement.

Soit, par exemple:

$$\text{H} = 20^{\text{m}},00$$

On a:

$$\frac{w_1^2}{2g} = 10.33 + 20.00 = 30.33$$

et

$$\text{U} = 0.73$$

Pour $\text{H} = 100^{\text{m}},00$, on trouverait

$$\text{U} = 0.47$$

Lorsque la chute augmente, on est donc obligé, pour conserver la continuité du mouvement du liquide, d'accepter un autre dispositif, qui consiste à élargir les branches à l'entrée (fig. 76).

Fig. 76

On a alors, pour une section quelconque s, w étant la

Digitized by Google

vitesse relative dans cette section, p la pression, v la vitesse d'entrainement, et s_1 la section de sortie :

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} - \frac{p_a}{\Pi} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$$

et, puisque

$$v = \frac{r}{r_1} v_1$$

et

$$w = \frac{s_1}{s} w_1$$

$$\frac{p}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + \frac{w_1^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{s_1}{s}\right)^2\right] - \frac{v_1^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right]$$

On voit que la pression p augmente avec s et r; pour une distance donnée, l'élargissement doit donc être d'autant plus prononcé, que cette section est plus rapprochée de l'axe.

Pour réaliser la pression atmosphérique à l'entrée, il faudrait poser $p = p$ et $r = o$, on trouve :

$$\frac{w_1^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{s_1}{s}\right)^2\right] = \frac{v_1^2}{2g}$$

ou en tenant compte de la relation trouvée entre v_1 w_1 et H :

$$\left(\frac{s_1}{s}\right)^2 = \frac{H}{H + \frac{v_1^2}{2g}}$$

Soit, par exemple,

$$H = 100^m,00$$

et prenons

$$\frac{v_1^2}{2g} = 50$$

on trouve

$$s^2 = 1.5\, s_1^2$$

ou

$$s = 1.22\, s_1$$

On a, dans ce cas,

$$U = 0,73$$

Pour

$$\frac{v_1^2}{2g} = 100$$

Digitized by Google

on aurait

$$s^2 = 2 s_1^2$$

ou

$$s = 1.41\, s_1$$

et

$$U = 0.83$$

On voit qu'il est facile, en donnant aux branches une section légèrement décroissante vers la sortie, de relever la pression de manière à la maintenir supérieure à 0 et même à la pression atmosphérique.

Le débit, d'où dépend directement la puissance de l'appareil, n'est fonction ici que de la section de sortie s_1 et de la vitesse w_1 ; celle-ci, de son côté, ne dépend que de la hauteur de chute et de la vitesse v_1 qu'on laisse prendre à l'appareil.

Le travail moteur recueilli par seconde a pour expression :

$$T_m = U\, \Pi\, w_1\, s_1\, H$$

On peut remplacer U et w_1 en fonction de v_1 ; si l'on observe, de plus, que le travail développé *par tour* varie en raison inverse de v_1, on trouve que la puissance du tourniquet augmente au fur et à mesure que sa vitesse s'accélère, mais que le travail par tour diminue, et par conséquent aussi le couple moteur.

69. — Il peut être intéressant de chercher l'état de sollicitation des bras du tourniquet hydraulique ; supposons qu'ils affectent une forme rectiligne et soient recourbés à leur extrémité (fig. 77). Admettons aussi que leur section soit constante, (et nécessairement plus grande que l'orifice).

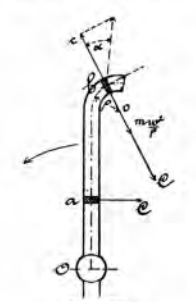


Fig. 77

Chaque tranche de liquide, de masse m, contenue dans le bras à la distance r, nécessite, pour recevoir le mouvement relatif qu'elle possède, l'intervention des forces suivantes :

1°) La force du mouvement absolu, qui ne peut être qu'une réaction normale de la paroi (le poids de l'eau sera consideré comme négligeable) ;

2°) La force centrifuge : $m\omega^2 r$;

3°) La force centrifuge composée $C = 2\, m \omega w$.

L'influence des pressions est nulle, puisqu'elles s'exercent sur tout le pourtour du tuyau.

Digitized by Google

Le mouvement relatif dans les branches est rectiligne, la force C doit donc être équilibrée par la réaction de la paroi, C est ainsi la seule force sollicitante appliquée au bras au point *a*, et il en est de même dans tous les points situés sur la partie droite ; elle agit du reste comme force résistante, ce que l'on pourrait exprimer en disant que c'est le bras qui fait tourner le liquide.

Dans la partie courbée, au point *b*, par exemple, les forces projetées sur la normale au tuyau sont :

La composante *c* de la force centrifuge du mouvement d'entraînement.

La force centrifuge composée : C.

La réaction normale, F, de la paroi.

La résultante de ces trois forces doit produire l'accélération normale du mouvement relatif dans le coude du rayon ρ, c'est-à-dire que l'on doit avoir :

$$F + C - m\omega^2 r \cos\alpha = m\frac{w^2}{\rho}$$

ou

$$F = m\frac{w^2}{\rho} + m\omega^2 r \cos\alpha - C$$

F est la réaction produite sur l'eau; l'action de l'eau sur la paroi est une force égale et contraire, et donne nécessairement une composante dans le sens du mouvement.

Il est évident qu'en retranchant du travail moteur de la force F, le travail résistant dû à la force C qui s'exerce sur la partie droite des branches, on devrait retrouver l'expression du travail communiqué au tourniquet [1].

§ XII.

PROPORTIONNALITÉ DES TURBINES.

70. — Quel que soit le genre de turbine que l'on considère, les quatre équations fondamentales établies au n° 45 sont applicables; elles montrent que, pour un même tracé d'aubes, et de directrices, les vitesses u_0

1. Weisbach. — Ouvrage cité, 2e partie, § 274, fait quelques remarques intéressantes sur les roues à réaction.

Digitized by Google

et v_0 sont proportionnelles à la racine carrée de la hauteur de chute ; il en est de même, par conséquent, de la vitesse relative w_0. Pour les turbines axiales, on a du reste $w_1 = v_1 = v_0$, et la proportionnalité indiquée s'étend à toutes les vitesses ; dans les turbines radiales, cette propriété reste encore vraie, à la condition que le rapport $\frac{r_0}{r_1}$ conserve la même valeur.

Pour des turbines semblables, le débit varie, pour une même chute, comme le carré du rapport de similitude (équation F) ; si, en outre, la chute est différente, le débit varie comme le carré du rapport de similitude et comme la racine de la hauteur de chute.

On reconnaît donc d'abord, qu'ayant étudié un type de turbine adapté à un volume Q, et à une hauteur H déterminés, on peut en déduire l'appareil du même système qui convient au volume Q' et à la hauteur H', car il suffira, en adoptant les mêmes angles :

1°) de modifier les dimensions linéaires dans un rapport $\frac{a}{a'}$, choisi de telle manière que l'on ait

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{a^2\sqrt{H}}{a'^2\sqrt{H'}}$$

d'où l'on tire

$$\frac{a}{a'} = \sqrt{\frac{Q}{Q'}\sqrt{\frac{H'}{H}}}$$

2°) de modifier les vitesses dans le rapport $\sqrt{\frac{H}{H'}}$.

Les dimensions ne seraient pas modifiées si l'on avait

$$\frac{a}{a'} = 1$$

ou

$$\frac{Q}{Q'} = \sqrt{\frac{H}{H'}}$$

Le rendement d'une turbine déterminée, établie sur une chute de hauteur variable, ne change pas lorsque le débit varie proportionnellement à la racine de la hauteur de chute, pourvu que la vitesse varie dans ce même rapport. Il ne faut pas toutefois s'exagérer l'impor-

Digitized by Google

tance de cette propriété, car cette variation simultanée de Q et H serait fortuite, et d'ailleurs, les opérateurs à commander exigent, pour la plupart, une vitesse constante.

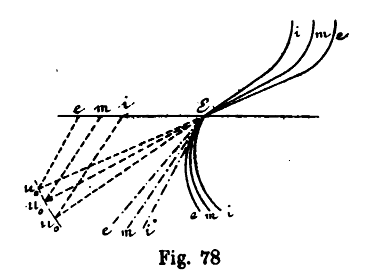
71. — *Eléments qui font varier la vitesse angulaire. — Turbines partielles. — Turbines à couronnes multiples.* — Les vitesses de l'eau, de même que la vitesse d'entraînement, ont, pour un système donné de turbine, une valeur bien déterminée, et qui ne convient qu'à cette hauteur de chute [1]; mais la vitesse de rotation est liée à celle d'entraînement par une relation dans laquelle entre le rayon, et celui-ci peut être augmenté ou diminué pour ainsi dire à volonté, à la condition que l'on diminue ou que l'on augmente la largeur des couronnes dans le rapport inverse ; on peut obtenir ainsi, sur une chute donnée, des turbines qui effectuent un nombre de tours plus ou moins grand ; cependant, lorsque la chute est très élevée, ou que l'on veut réaliser un nombre de tours très faible, on ne pourrait atteindre le rayon compatible avec la vitesse angulaire qu'en diminuant beaucoup la largeur b_0 des couronnes ; on préfère alors conserver à cette largeur une valeur convenable, en adoptant les turbines à injection partielle, dont les roues tangentielles de Girard sont le type le plus complet (83).

Il peut arriver, à l'inverse de ce qui vient d'être dit, que le rayon compatible avec la vitesse angulaire à réaliser conduise à une valeur très grande de b_0 ; c'est surtout dans le cas où la chute est faible et le débit considérable, que ces proportions sont inévitables; elles présentent cependant un inconvénient grave pour les turbines axiales, car nous avons raisonné, dans le tracé des directrices et des aubes, comme si ces surfaces avaient, en chaque point du rayon, la même section que celle du cylindre moyen; en réalité, ces surfaces sont des conoïdes engendrés par un rayon s'appuyant sur l'axe de rotation et les courbes tracées dans le cylindre moyen; on voit que les angles α, β, γ, varient d'un point à l'autre du rayon, d'autant plus que le rapport $\frac{b_0}{r_0}$ est plus grand; comme ce rapport ne descend guère en dessous de 0,2, et qu'il atteint parfois 0,3 (48), cette variation est toujours sensible, sauf en ce qui con-

1. Il y a, à cette condition, un correctif important démontré par la pratique : c'est que la vitesse peut osciller, dans d'assez larges limites, sans altérer beaucoup le rendement.

Digitized by Google

cerne β, qui est assez voisin de l'angle droit et peut même lui être égal; la figure 78 donne, pour une turbine d'action dans laquelle


Fig. 78

$$\alpha = 28°$$
$$\beta = 56°$$
$$\frac{b_0}{r_0} = 0.4$$

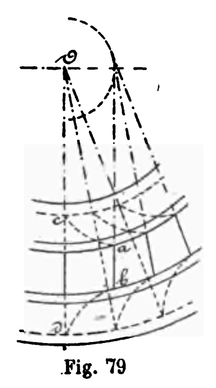
les sections *iEi*, *mEm*, *eEe*, faites à la couronne intérieure, au cylindre moyen, et à la couronne extérieure; la condition

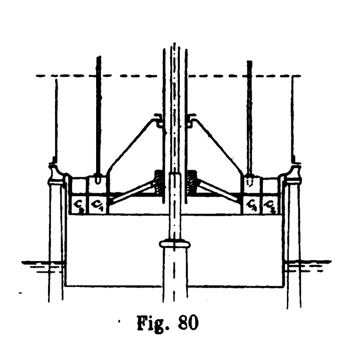
$$\beta = 2\alpha$$

qui est remplie au milieu de l'aube, ne l'est plus dans les sections extrêmes, et la vitesse relative iu_0, eu_0 n'est plus rigoureusement tangente à l'aube.

Lorsqu'il s'agit de turbines à réaction, les défauts ci-dessus sont plus accentués, car, à la couronne extérieure, α diminue tandis que β augmente; l'inverse se produit à la couronne intérieure.

On peut remédier à cet inconvénient en modifiant la forme des aubes, dont l'arête d'entrée *ab* (fig. 79), au lieu de passer par le centre, est tan-


Fig. 79


Fig. 80

gente à une circonférence de rayon convenablement choisi (1). On peut aussi recourir à une turbine à deux ou même à trois couronnes (fig. 80), surtout lorsque le débit ou la puissance doivent varier notablement.

1. V. *Reiche* fait remarquer que cette modification ne présente pas de difficulté pratique sérieuse, attendu que les cloisons en tôle sont toujours embouties dans une matrice, quelle que soit leur forme, et que les cloisons venues de fonte demandent toujours, dans le travail du moulage, une boîte à noyaux.

Digitized by Google

§ XIII.

RÉGLAGE DES TURBINES

72. — L'égalité du travail moteur et du travail résistant pendant la période peut être obtenue par les divers modes de réglage que nous allons brièvement examiner.

La turbine étant supposée établie pour donner, sous la chute et avec le débit normaux, son meilleur rendement, de nombreux cas peuvent se présenter suivant que la *hauteur*, le *débit* et le *travail résistant*, augmentent, sont constants, ou diminuent. Il y a, au total, 27 combinaisons possibles de ces éléments, en y comprenant celle où ils sont constants.

Pratiquement, il est inutile de traiter la question dans toute sa généralité, car on s'attache presque toujours à avoir une chute constante, réglée par le seuil d'un déversoir, s'il s'agit de basses chutes, ou par le niveau de la prise d'eau, lorsqu'il s'agit de hautes pressions et de conduites fermées; certains cas doivent être écartés, celui, par exemple, où la hauteur et le débit diminuant, le travail résistant viendrait à augmenter.

Ce qui arrive le plus généralement, c'est que la turbine, établie pour écouler le débit maximum à hauteur constante, est momentanément moins chargée que ne le comporte ce débit *maximum* : il s'agit, en ce cas, de maintenir sa vitesse uniforme; ou bien encore, la charge, en se modifiant, nécessite une dépense d'eau variable, le niveau d'amont est maintenu sensiblement constant au moyen d'un bief de grande surface, et l'on s'attache à réduire autant que possible la dépense totale, qui sans cela, pourrait faire baisser le niveau dans le bief.

Dans les deux cas, il faut, en maintenant la vitesse de régime de la turbine, faire varier la dépense : on peut y arriver au moyen de différents appareils régleurs (1).

1. Il peut arriver aussi qu'on cherche à tirer d'un débit variable tout le travail possible. — *Engineering*, 1883, 1er sem., p. 79.

Digitized by Google

73. — *Vannage ordinaire.* — En agissant sur la vanne de prise d'eau V (fig. 55), ou sur une vanne analogue placée à la sortie ([1]), (fig. 54) on crée une perte de charge qui réduit virtuellement la hauteur de chute ; le travail recueilli diminue à la fois parce que la produit QH est réduit, et parce que la roue, ne tournant plus dans les conditions du maximum d'effet, utilise moins bien cette puissance absolue.

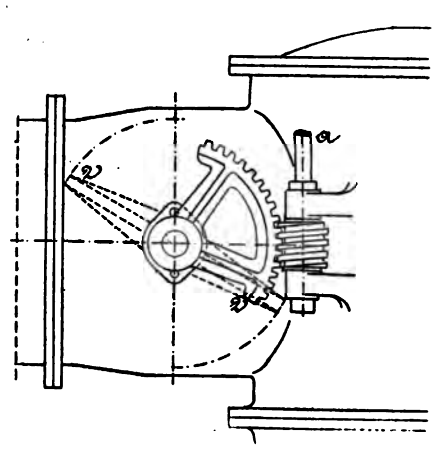


Fig. 81

Ce moyen est défectueux en principe, attendu que, si l'on avait conservé la même chute H, et, par conséquent le même rendement, la dépense eut pu être moindre ; il ne convient qu'au cas où l'eau est abondante. Il peut s'appliquer aux turbines à haute pression, sous forme d'une valve à papillon (fig. 81) ; celle-ci a l'avantage de n'exiger pour la manœuvre que peu d'effort.

74. — *Vannage à obturateurs multiples.* — On peut agir sur le débit au moyen de vannettes (fig. 82), qui étranglent l'eau à sa sortie de l'appareil injecteur, comme Fontaine l'a fait dans un grand nombre de ses turbines ; tous les orifices sont étranglés par la manœuvre simultanée des tiges. En toute rigueur, ce mode de réglage ne convient qu'aux turbines à libre déviation, car pour les autres, le nouvel état de choses amène une perturbation complète des vitesses.

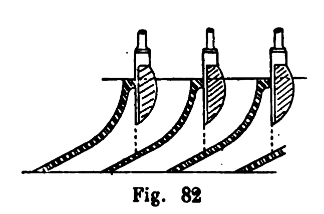


Fig. 82

Dans les turbines radiales, le manchon M (fig. 46) qui s'introduit dans le joint et réduit la hauteur des canaux, joue le même rôle que les vannettes séparées dans les turbines axiales.

1. La vanne cylindrique présente l'avantage d'être équilibrée; on peut aussi la placer à l'entrée de la conduite de prise d'eau (voir les turbines récentes d'Assling-Sava, en Autriche, par la maison Ganz et Cie. — *Engineering*, 1891 2e sem., p. 307.)

Digitized by Google

On reproche à ce système de vannage l'augmentation relative de perte de charge qu'il entraîne dans la roue, puisque le périmètre mouillé varie peu, tandis que la section diminue proportionnellement au débit; en tous cas, il est essentiel de remarquer *qu'on ne peut noyer une turbine réglée de cette manière*, sinon, l'eau d'aval, en remplissant le vide laissé dans les canaux mobiles, éteint la vitesse relative de l'eau, et diminue considérablement l'effet utile.

75. — *Obturation partielle.* — Ce moyen permet de supprimer totalement un certain nombre d'orifices; théoriquement, on peut dire qu'il est parfait, puisque les conditions d'écoulement ne sont pas modifiées dans les canaux qui restent ouverts, et que le débit est proportionnel à la puissance développée. Cependant, dans le cas où la turbine est noyée, les aubes des canaux vides produisent sur l'eau d'aval une impulsion nuisible au travail moteur, mais c'est un inconvénient qu'on est obligé d'accepter.

Dans les turbines axiales de tous genres, on arrive, par la multiplication des couronnes (fig. 80), à satisfaire à des conditions variables de débit; ce système a été appliqué principalement à de grandes turbines Jonval (1).

Dans l'application, on réalise l'obturation partielle au moyen de systèmes très nombreux (2), nous examinerons les plus connus.

Le vannage à secteurs (fig. 83), comprend deux obturateurs S, S, diamétralement opposés; les orifices injecteurs ne s'étendent que sur la moitié de la circonférence, c'est-à-dire que la turbine est forcément à injection partielle. Le vannage à rideaux enroulés (fig. 84), ne présente pas cet inconvénient (3); les deux cônes *r*, montés sur un même bras, déposent sur les orifices les diaphragmes flexibles B, B, maintenus par leur arête *a*. Pour ouvrir ou fermer les orifices, il suffit de manœuvrer le bras dans un sens

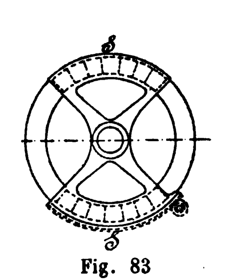


Fig. 83

1. Les turbines établies sur le Rhin, à Schaffhouse, par J. Rieter, sont à couronnes doubles; celles établies par Escher Wyss et Cie, pour la ville de Zurich, sont à couronnes triples; il en est de même de celles récemment installées à Genève pour l'utilisation des forces motrices du Rhône; voir, au sujet de ces belles machines, le rapport de M. *Th. Turettini.* — Genève, librairie H. Georg, 1890.

2. *Publication industrielle* d'Armengaud, t. VIII, pl. 2.

3. Vannage des turbines de la maison Fontaine et Brault. — *Publication industrielle* d'Armengaud, t. XI, pl. 10, et XXIII, pl. 44.


Digitized by Google

convenable au moyen du secteur denté; les cônes, en enroulant les rideaux, découvrent l'appareil injecteur. Les diaphragmes sont en toile à voile raidie par des lattes rivées.

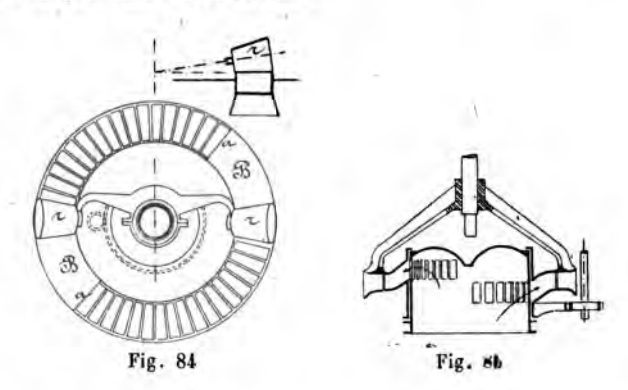


Fig. 84 Fig. 85

Le vannage de Hænel permet également l'injection sur tout le pourtour de la turbine, il comporte différentes variétés [1], la figure 85 représente le vannage de la turbine radiale alimentée par dessous ; le manchon mobile, dont le jeu produit l'ouverture ou la fermeture des canaux, est l'appareil injecteur lui-même, dont les compartiments sont déviés par moitié vers le haut et vers le bas; de cette manière ils aboutissent au niveau de la roue tout en se greffant à des hauteurs différentes sur le manchon mobile, on peut donc masquer ou découvrir la *totalité* des orifices. Pour les hautes pressions, ce système présente l'avantage d'être équilibré.

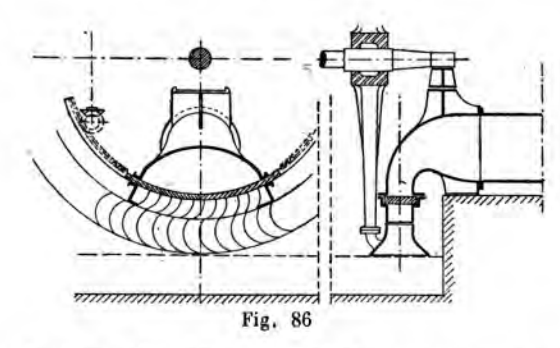


Fig. 86

Le vannage à tiroir (fig. 86) est applicable aux roues **tangentielles**, ou aux turbines axiales à injection partielle.

1. Meissner. — Pl. 96.

Digitized by Google

Le vannage à clapets indépendants comporte aussi le système de manœuvre représenté figure 87. Les tiges *t* de chacun des clapets s'engagent, par un galet *g*, dans les rainures d'un tambour mobile T, concentrique à l'arbre de la turbine; ces rainures présentent un profil tel, que les vannettes placées aux extrémités d'un même diamètre s'ouvrent ou se ferment en même temps.

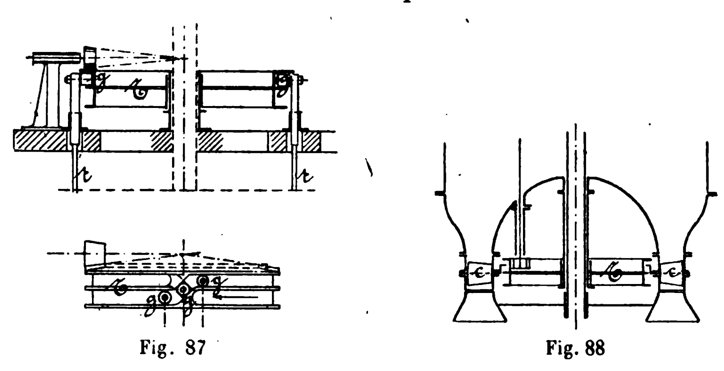


Fig. 87 Fig. 88

Lorsqu'on fait usage de clapets tournants *c* (fig. 88), ceux-ci sont actionnés au moyen de manivelles dont les mannetons s'engagent dans les rainures, le tambour mobile est alors disposé à la hauteur de l'appareil injecteur (1).

Le système représenté fig. 89 est applicable aux turbines axiales à faible chute (2), parce que l'encuvement permet alors de le loger; il comporte une série de secteurs *s*, glissant dans le sens du rayon et guidés dans ce mouvement par le guide *g* ; ils sont attaqués par les leviers coudés articulés en *o*, lesquels leur renvoient le mouvement au moyen des bielles *b* ; une came C,

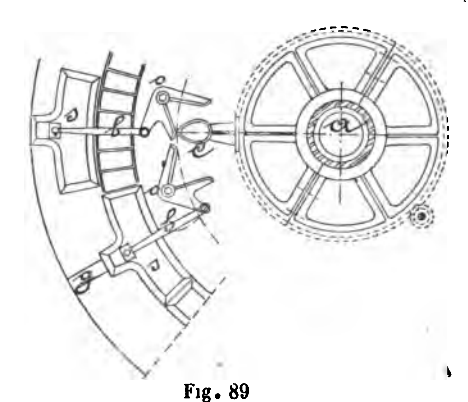


Fig. 89

1. Vannage à admission d'air de Schmidt. — *Praktische Maschinen constructeur*, 1883, p. 182, pl. 33.
2. Pour les turbines à chambre fermée, s'appliquant à de hautes chutes, le système de commande des tiroirs est différent, et comprent une roue à rainures enveloppant la cuve.—*Publication industrielle* d'Armengaud, tome XXX, pl. 28.

Digitized by Google

tournant autour de l'arbre de la turbine, manœuvre les leviers coudés dans un sens ou dans l'autre. Chaque secteur couvre un certain nombre d'orifices, de sorte que, pour arriver à un réglage parfait, on réserve quelques vannettes verticales à manœuvre indépendante.

§ XIV.

RÉGULATEURS AUTOMATIQUES

76. — Le régulateur à force centrifuge, trop peu puissant pour actionner directement par son manchon l'un quelconque des systèmes précédents (1), doit être combiné, dans la plupart des cas, avec un servo-moteur (2). Le schéma du régulateur adopté depuis longtemps par la maison Rieter et par d'autres constructeurs suisses (3) est représenté figure 90.

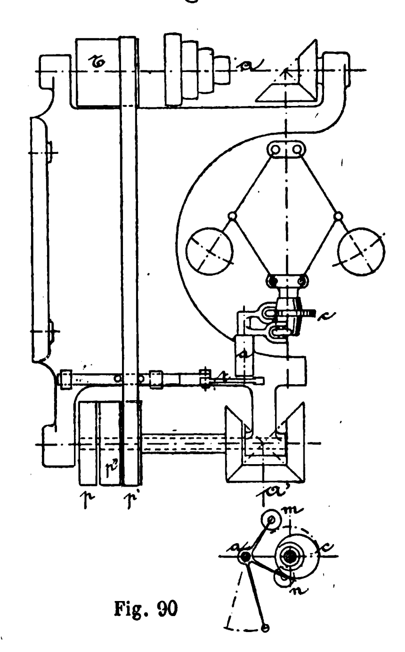


Fig. 90

L'arbre A est commandé par la turbine, au moyen d'une transmission qui attaque l'une des poulies d'un cône étagé; son mouvement est renvoyé, par le tambour T, à l'une des poulies *p* ou *p'*, ou bien à la poulie folle *p''*, Le manchon du régulateur porte une came *c*, animée d'un mouvement de rotation continu; cette came attaque le galet *m* du bras *ma* ou le galet *n* du bras *na*, suivant qu'elle s'élève

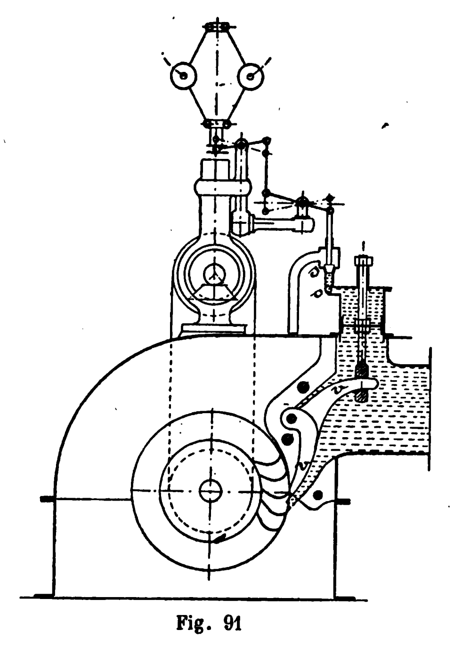
1. Premier fascicule.
2. Nous avons vu employer, sur les turbines Jonval d'une filature de Logelbach, près de Colmar, un système qui consiste à faire ouvrir, par le régulateur, une prise d'air sur la colonne d'aval lorsque la vitesse s'accélère; la hauteur motrice est alors réduite; une pompe à air la rétablit lorsque le régulateur ferme la prise d'air atmosphérique. Ce système n'est applicable qu'aux turbines Henschel-Jonval, il agit en réduisant la hauteur motrice, et ne convient que lorsqu'on ne cherche pas à économiser l'eau.
3. Meissner, ouvrage cité. Pl. 52, 53, 56, 57, 59, 60, 73, 74. Le régulateur peut être appliqué aux roues hydrauliques ordinaires. On a eu recours quelquefois au régulateur à compression d'air. *Publication industrielle d'Armengaud*. T. I. Pl. 33 (appareil Molinié).

Digitized by Google

ou qu'elle s'abaisse ; lorsque le manchon du régulateur est vers le milieu de sa course, la came n'est en prise avec aucun des galets, et les laisse en repos. Les bras *ma*, *na*, suivant le déplacement qui leur est communiqué, chassent la courroie sur l'une des poulies *p*, *p'* ou *p"*, et déterminent le mouvement dans un sens convenable, ou l'arrêt de l'arbre A', qui commande l'un quelconque des appareils régleurs faisant l'objet du paragraphe XIII. On voit que, dans ce mécanisme, la transmission fournit à la fois la puissance nécessaire pour mouvoir le vannage, et celle qui déplace la courroie de l'embrayage ; le régulateur ne fait que déterminer le *sens* de l'action produite.

La maison H. Quéva et C[ie], à Erfurt, emploie un régulateur dû à J. Heyn, dans lequel le manchon soulève l'un ou l'autre des cliquets agissant sur deux roues à rochets mises en relation avec le vannage. L'articulation des cliquets est commandée d'un mouvement alternatif, et détermine la rotation des roues en sens opposé ou leur immobilité (1).

77. — Pour les petits moteurs fonctionnant sous de grandes pressions, la maison Esscher Wyss (2) emploie le régulateur représenté figure 91. La soupape *s* met la face supérieure d'un piston en communication avec la pression atmosphérique ; lorsqu'elle est fermée, la pression motrice s'établit au contraire sur le piston, par suite de la communication *o*, qui reste ouverte d'une manière permanente.


Fig. 91

Dans le premier cas, le piston, sollicité sur sa face inférieure par la pression motrice, actionne le clapet *v*, et étrangle l'admission de l'eau, dans le second cas, le piston, sollicité vers le bas, permet au clapet *v* de s'ouvrir.

1. *Régulateur de King*. — *Engineering*, 1833, 1er sem., p. 79.
2. Revue technique de l'Exposition de 1889, 7e partie, p. 52, pl. 17-18.

Digitized by Google

Un régulateur analogue est employé par H. Quéva et C[ie], ainsi que par Ziegler et Bosshard, à Zurich (1).

78. — *Variations de régime des turbines.* — Lorsque, dans une machine à vapeur, le régime est rompu, c'est presque toujours par suite de la variation du couple résistant, le couple moteur conserve une valeur moyenne constante aussi longtemps que le régulateur n'intervient pas ; c'est ce qui rend particulièrement dangereux le défaut de réglage, puisque la machine peut être arrêtée dans le cas où la charge augmente, ou s'emporter lorsqu'elle diminue. Dans les turbines, les choses ne se passent pas ainsi. Si l'on suppose, par exemple, que la charge soit brusquement enlevée, la turbine s'accélère, mais comme elle cesse de fonctionner dans les conditions du maximum d'effet, il se produit un choc à l'entrée des canaux mobiles, et un nouveau régime finit par s'établir pour lequel le travail effectif sur l'arbre s'annule (2). D'ailleurs, les divers systèmes de turbines se comportent différemment à cet égard, suivant que l'accélération est accompagnée d'une augmentation de débit, comme dans le tourniquet hydraulique, ou que le volume débité reste constant, comme dans les turbines à libre déviation de tous genres. On conçoit qu'un retard quelconque apporté dans l'action du régulateur amènera une modification de régime suivie d'oscillations, et que la perturbation sera plus grande et plus prolongée dans le premier cas.

§ XV.

MODE D'ÉTABLISSEMENT DES TURBINES

Au point de vue de leur établissement, les turbines diffèrent surtout par les hauteurs de chute auxquelles elles s'adaptent, et par la position de l'arbre à commander, relativement aux niveaux d'amont et d'aval. En examinant les modes d'installation possibles pour des hauteurs

1. C. Bach.— Ouvrage cité, p.104, pl. II, fig. I à 4, et J. O. Knoke. Die Kraftmaschinen des Kleingewerbes. — Springer, p. 61-66-67.
2. Le tourniquet hydraulique fait exception, puisque son rendement augmente en même temps que la vitesse

Digitized by Google

croissantes, on rencontre successivement les systèmes que nous allons brièvement décrire ([1]).

79. — La disposition en siphon (fig. 92) a été appliquée principalement par Girard, à de très basses chutes, descendant jusqu'à $0^m,70$;

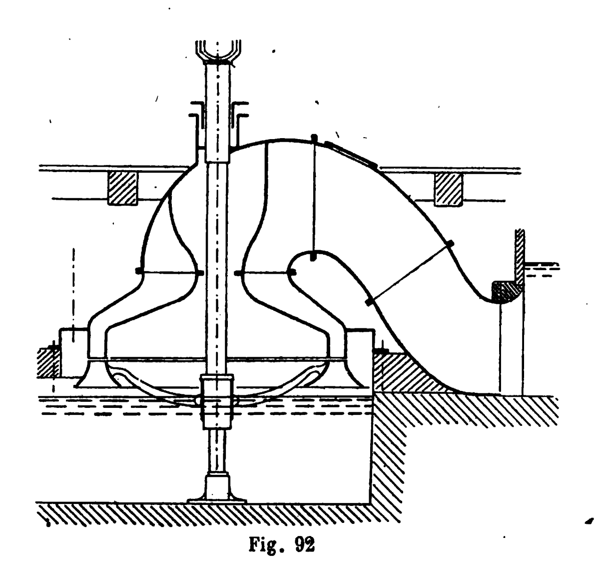


Fig. 92

dans ce cas la turbine axiale ordinaire n'est pas d'un emploi possible, parce que la faible hauteur d'eau qui reste sur l'appareil injecteur a pour effet de produire une dépression de la surface qui rend l'écoulement irrégulier; le siphon prévient la formation de cet entonnoir.

80. — Lorsque la chute augmente, en restant toutefois inférieure à 4 ou 5 mètres, on prend la turbine à chambre d'eau ouverte, et dans le cas où la chute est considérable, on trouve souvent avantage à employer le système Henschel-Jonval, qui permet de raccourcir l'arbre.

81. — Pour des chutes plus élevées ([2]), on a recours à la turbine à

1. Uhland. — *Praktische Maschinen constructeur*, 1885, p. 281-301-320-364-372, pl. 59, 60, 71, 72, 79, renferme une série d'articles de W. Zuppinger sur l'établissement des moteurs hydrauliques. Voir aussi Meissner, ouvrage cité, ainsi que le Portefeuille de l'École Polytechnique de Carlsruhe, publié sous la direction du professeur *Hart*, Heidelberg, Basserman, 1877.

2. Les moteurs d'Assling-Sava, établis par la maison Ganz et Cie de Buda-Pest, sont de remarquables spécimens de turbines axiales à chambre fermée. — *Engineering*, 1891, 2e sem., p. 307.

Digitized by Google

chambre d'eau fermée (fig. 93); l'eau est amenée par une conduite en tôle ou en fonte T, T, à une chambre étanche C, que l'arbre traverse de part en part. Le diamètre de la conduite est calculé de manière à ce que la vitesse de l'eau n'y dépasse pas 1 mètre par seconde, auquel cas

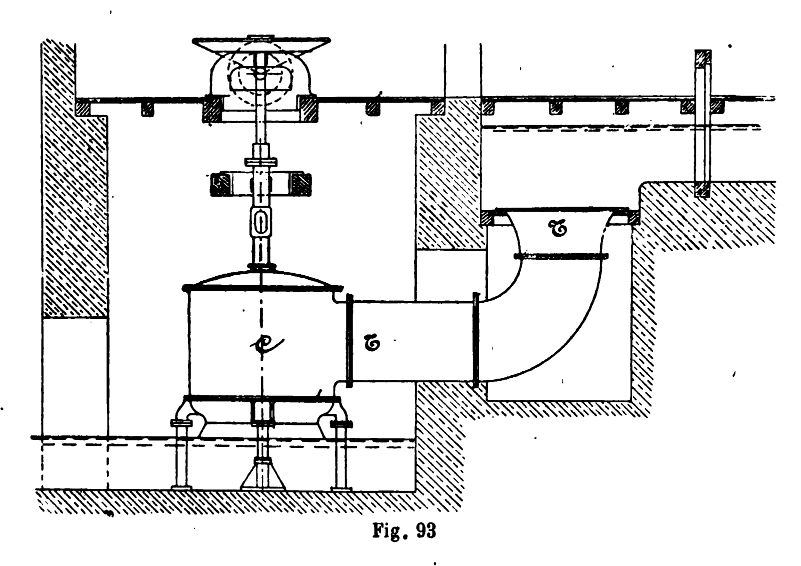


Fig. 93

la perte de charge est fort réduite ($0^m,12$ pour une conduite de 1 mètre de diamètre et de 100 mètres de longueur, d'après la formule de Darcy). Les turbines dont on a fait usage dans les installations mécaniques de percement des grands tunnels ont été établies de cette manière.

Les conduites, quelquefois longues de plusieurs kilomètres, sont placées à fleur de sol, et subissent légèrement les influences de la dilatation; pour les petits diamètres, on prend parfois des joints à dilatation à bourrages, convenablement espacés.

Il peut être nécessaire, pour éviter les coups de bélier lors de la fermeture brusque du vannage, d'établir un tuyau de décharge supplémentaire de plus petit diamètre, dont la valve s'ouvre lorsqu'on ferme le vannage de la turbine.

Lorsque l'eau est prise à des torrents ou à des rivières charriant du gravier, du sable, etc., il faut disposer, près de la prise d'eau, une chambre de dépôt qui peut être facilement nettoyée par des vannes de fond. Une chambre de ce genre à été établie pour les turbines de Gœschenen, à la prise d'eau de la Reuss, à la tête nord du tunnel du Saint-Gothard.

Digitized by Google

82. — Le cas échéant, on pourra profiter de la propriété que possèdent les turbines Jonval, de pouvoir être établies horizontalement (fig. 56), on évitera ainsi, dans la transmission, l'emploi des roues coniques, presque toujours indispensables dans le cas des arbres verticaux.

83. — Enfin, lorsque la vitesse exigée par les opérateurs est moindre que celle à laquelle conduirait une turbine à injection complète, soit que l'opérateur exige une marche très lente, ou que la chute soit très élevée, on a recours aux turbines partielles (fig. 86); celles-ci conviennent particulièrement pour actionner des pompes ou des compresseurs d'air. La maison Rieter [1] a même établi des turbines de ce genre dans lesquelles l'arbre est placé sous une certaine inclinaison, pour actionner un établissement placé sur une hauteur.

Les turbines employées comme moteurs de la petite industrie et actionnées par l'eau des distributions (fig. 91) appartiennent également au type à injection partielle, et peuvent même ne comporter qu'un seul orifice distributeur [2].

84. — Dans presque toutes les turbines à axe vertical, on emploie une disposition d'arbre qui reporte le pivot au-dessus du niveau d'amont, ce qui facilite le graissage, la visite et l'entretien de cette

1. Voici, à titre de renseignement, les données habituellement exigées par cette maison pour faire l'installation d'une turbine :

1° Chute normale effective entre le niveau d'amont et celui d'aval, à l'endroit du moteur;

2° Indiquer si la chute varie lorsque le débit change; le cas échéant, donner les variations des deux niveaux, et la durée annuelle de ces variations;

3° Indiquer la profondeur d'eau dans les canaux d'amont et d'aval à la chute normale;

4° Indiquer le volume maximum qui doit être utilisé par la turbine, ainsi que le volume minimum dans les basses eaux;

5° Le degré de pureté de l'eau, ou la nature des matières charriées;

6° L'industrie à laquelle la turbine est destinée, et le nombre de tours de l'arbre premier moteur. Si l'on indique seulement la force effective désirée de la turbine, donner la chute et le volume disponibles;

7° Pour les hautes chutes, donner la longueur, la chute totale et les coudes de la conduite.

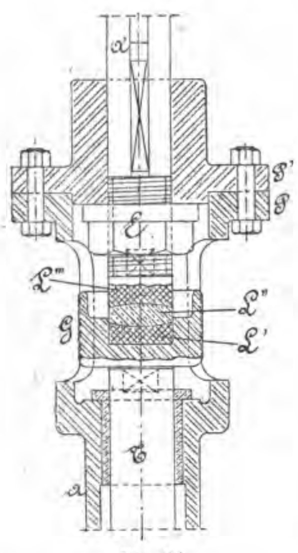
. . . .

8° Donner un plan de situation avec profil longitudinal et coupe transversale du terrain et des canaux; indiquer l'emplacement et la disposition des bâtiments.

2. *Publication industrielle* d'Armengaud, t. XXIV pl. 27.

Digitized by Google

pièce, ordinairement très chargée et exposée à se gripper (1). A cette fin, l'arbre A (fig. 94) est creux et présente à son sommet, au-dessus du niveau d'amont ou en tous cas en dehors de la chambre d'injection, un renflement qui se termine par un plateau P, accouplé au plateau P' d'un manchon que porte le prolongement A' de l'arbre. Le pivot repose sur une tige centrale T, solidement établie dans un sabot monté sur le fond du bief d'aval, en dessous de la turbine ; cette tige centrale supporte un godet fixe G, dans lequel repose la lentille fixe L' en acier fondu trempé, ou en fer cémenté ; l'extrémité inférieure de l'arbre A' repose sur le support fixe par l'intermédiaire d'une lentille analogue L''' (placée à tenon dans l'arbre) et de la lentille folle en bronze L''. On peut, en agissant sur l'écrou E, relever plus ou moins la turbine lorsque l'usure des lentilles rend cette opération nécessaire pour réduire le jeu entre la partie fixe et la partie mobile. Il est très utile, pour l'établissement du pivot, de faire le calcul de la réaction verticale (39).


Fig. 94

1. Dans les turbines d'Assling-Sava, de 700 à 900 chevaux de puissance, la charge sur le pivot est de 17,500 kilogrammes; M. Radinger a eu l'idée d'en faire supporter la moitié par un plongeur qui termine l'arbre à sa partie inférieure, plongeur sur lequel s'exerce la pression d'un accumulateur. Le pivot proprement dit, établi au-dessus de l'eau, est graissé par une pompe à huile. — *Engineering*, 1891, 2e sem., p. 307.

Digitized by Google

CHAPITRE III

Machines dans lesquelles l'eau agit par pression ou Machines à colonne d'eau.

85. — Tous les dispositifs admis dans les pompes agissant par pression peuvent être employés comme moteurs ([1]), ils se rangent en deux catégories principales : les mécanismes à rotation continue ou toutes les variétés connues de capsulismes, et les machines à mouvement alternatif ; ces dernières seules permettent d'obtenir l'étanchéité voulue de la capacité variable qui constitue le récepteur, les appareils à rotation ont pu être acceptés comme pompes dans le cas d'élévations à faible hauteur, les fuites n'ont alors rien d'exagéré, mais ils n'auraient aucune raison d'être comme moteurs, puisqu'ils seraient, à tous points de vue, inférieurs aux turbines. Comme, d'ailleurs, leurs fuites seraient à craindre dans le cas des grandes hauteurs motrices, il ne nous reste à examiner que les moteurs à piston, les seuls qui aient une grande importance industrielle.

§ I.

MOTEURS A ACTION DIRECTE.

Les machines à piston sont d'origine déjà ancienne ([2]), elles comportent un mécanisme plus ou moins analogue à celui des moteurs à va-

1. 7e fascicule.
2. Bélidor, dans son *Architecture hydraulique*, édition de 1782, décrit une machine à colonne d'eau de son invention : elle est à cylindre horizontal et actionne une pompe; il décrit aussi la machine de Denisard et de la Dueille. Les machines à colonnes d'eau ont surtout été employées au commencement du siècle, par Reichenbach, qui s'en servit pour refouler la saumure dans une conduite de 120 kilomètres de longueur, s'étendant de Reichenhall à Rosenheim, dans le sud de la Bavière. Huit de ces machines, et quelques roues hydrauliques, produisaient une élévation totale de 960 mètres; l'une d'elles, fonctionnant sous une chute motrice de 110 mètres, élevait l'eau d'un seul jet à 380 mètres de hauteur (Rühlmann).

Digitized by Google

peur; le fonctionnement comprend une admission d'eau motrice pendant la course directe, et l'échappement pendant la course rétrograde. Les moteurs sont à simple ou à double effet, suivant que le piston présente une ou deux faces actives. L'incompressibilité de l'eau éloigne l'idée de toute action à détente, le distributeur est donc toujours de la plus grande simplicité.

86. — La machine à colonne d'eau à simple effet convient surtout pour actionner des pompes, et présente alors deux dispositions diffé-

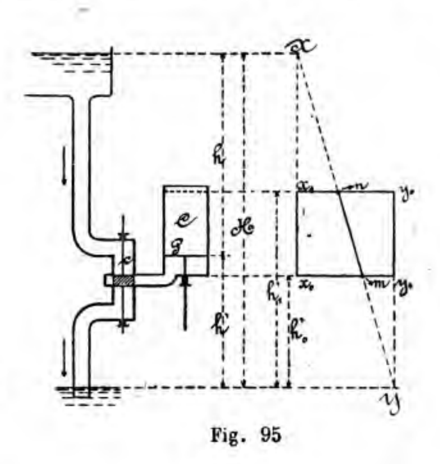


Fig. 95

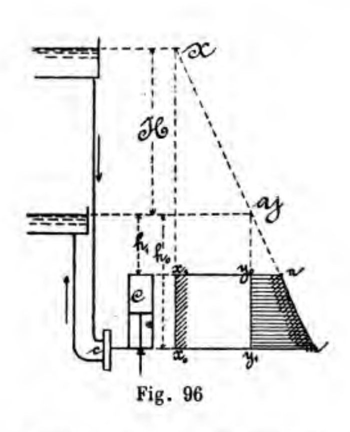


Fig. 96

rentes, représentées figures 95 et 96 ; dans la première, le cylindre est placé en un point intermédiaire de la chute, tandis que, dans la seconde, il est monté sous le niveau d'aval.

La position du cylindre, qui n'a aucune influence sur le travail recueilli, présente de l'intérêt au point de vue de la loi suivant laquelle se développent les efforts moteurs et résistants.

On reçonnaît facilement, dans le cas de la figure 95, que l'effort moteur a pour valeur pendant l'ascension du piston :

$$\Pi S h$$

S étant la section du piston, et h la hauteur d'eau sur la face motrice A l'échappement, l'effort moteur est :

$$\Pi S h'$$

Digitized by Google

h' étant la hauteur de la face inférieure du piston au-dessus du niveau d'aval, à la condition, toutefois que cette hauteur soit toujours inférieure à la colonne d'eau barométrique.

On voit que l'action motrice est partagée d'une certaine manière entre les deux courses ; on peut, du reste, la représenter par un diagramme simple en fonction de la position du piston, en portant à partir de de $x_0 x_1$ les quantités $x_0 m$, $x_1 n$ egales à l'action motrice au bas et au sommet de la course, respectivement, et en joignant m et n par une ligne droite (1) ; la ligne $y_1 y_0$ parallèle à $x_0 x_1$ et menée à une distance de celle-ci égale à π S H complète le diagramme, dont la signification se comprend à première vue.

Pendant l'ascension du piston, l'action motrice diminue depuis

$$\Pi \text{ S } (\text{H} - h'_0) \text{ jusqu'à } \Pi \text{ S } (\text{H} - h'_1)$$

Pendant la descente du piston, l'action motrice diminue depuis

$$\Pi \text{ S } h'_1 \text{ jusqu'à } \Pi \text{ S } h'_0$$

Le travail de chacune des courses est représenté par les surfaces $x_0 m x_1 n$ et $n y_0 m y_1$.

En plaçant le cylindre à une hauteur différente, on déplace simplement la ligne $m\,n$ sans changer son inclinaison ; ainsi, dans le cas de la figure 96, le travail moteur pendant le soulèvement du piston est représenté par $x_0 m x_1 n$, il est notablement supérieur à celui de la chute, mais le travail de l'échappement est résistant (par conséquent négatif), et égal à la surface $y_0 n y_1 m$.

On possède donc, dans le moteur à simple effet, une latitude précieuse qui n'existerait pas dans la machine à double effet, car on peut, pour ainsi dire, partager le travail moteur d'après les résistances à vaincre, lorsque celles-ci sont inégales ; ainsi, le premier système conviendrait pour actionner, par exemple, une pompe à double effet, sile poids de l'attirail de commande justifiait l'inégalité des travaux entre les deux faces, tandis que le système de la figure 96 ne pourrait servir qu'à actionner une pompe à simple effet, en admettant que le poids mort des tiges soit très considérable, et supérieur à ce qui est nécessaire pour le refoulement.

1. La ligne mn prolongée rencontre les verticales $x_0 x_1$ et $y_0 y_1$ en des points X, Y, qui se trouvent sur les niveaux prolongés.

Digitized by Google

Cette dernière combinaison est due à Jordan, qui l'a employée en Hanovre; elle se retrouve dans la machine établie vers 1835 à Huelgoat (Finistère), par Juncker, l'une des plus importantes qui aient été construites.

Ces moteurs avaient été imaginés pour actionner des pompes, à une époque où l'on imitait les dispositions des machines d'exhaure à vapeur et à simple effet; plus tard, les moteurs à rotation ayant été substitués à ceux à action directe, les mécanismes de distribution ont pu être notablement simplifiés.

87. — Aux dispositifs déjà examinés, viennent s'en ajouter deux autres, employés par Reichenbach; le premier, (fig. 97), est à double effet, et convient pour produire des efforts égaux dans les deux courses; A est la conduite d'arrivée, E celle de décharge; le distributeur est formé de deux pistons *pp* qui produisent l'admission ou l'échappement, suivant qu'ils découvrent les lumières du cylindre par leurs arêtes extérieures ou par leurs arêtes intérieures; l'ouverture et la fermeture de l'admission sur une face du piston moteur coïncident toujours avec l'ouverture et la fermeture de l'échappement sur l'autre face.

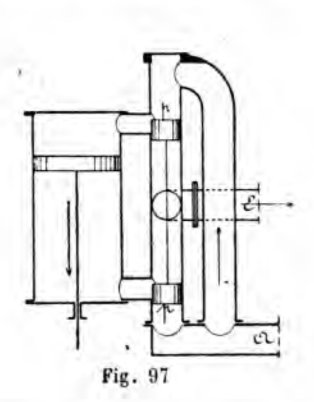


Fig. 97

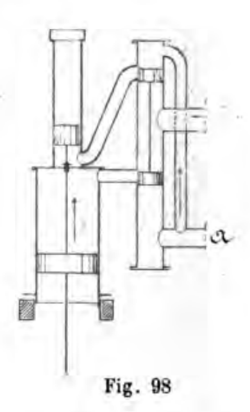


Fig. 98

Dans l'autre disposition (fig. 98), deux pistons de diamètres différents sont conjugués sur la même tige, et chacun d'eux fonctionne à simple effet; il y a, entre les efforts produits dans les deux courses, une inégalité voulue, exigée par la nature de l'opérateur à commander, mais on peut même la faire disparaitre.

On reconnait facilement la possibilité de réaliser bien d'autres combi-

Digitized by Google

naisons, qu'on peut du reste rattacher à celles des pompes à mouvement alternatif; ainsi, la disposition de la figure 98 équivaut à celle que nous avons caractérisée, dans l'exposé des pompes, (7e Fascicule) par la notation **B — b**.

88. — Les distributeurs à piston ont toujours été employés de préférence à ceux par tiroirs, usités dans les machines à vapeur; en effet, les orifices de passage doivent être relativement très grands, même pour des vitesses de piston modérées, car toute perte de charge entraîne avec elle une perte proportionnelle de rendement; d'autre part, les pressions motrices sont toujours fort grandes, et bien supérieures souvent, à celles des machines à vapeur; le manœuvrage des tiroirs exigerait donc un effort très grand, tandis que les pistons distributeurs, équilibrés sur tout le pourtour, ne demandent, pour être déplacés, que l'effort modéré nécessaire pour vaincre le frottement de leur garniture, à la condition qu'on ait le soin de les équilibrer dans le sens de la tige en les groupant convenablement; on reconnaît facilement que les pistons distributeurs, conjugués comme dans les figures 97 et 98, satisfont à cette condition.

89. *Distribution des machines à action directe.* — Dans ces machines, les distributeurs doivent être mis en mouvement lorsque la course va s'achever dans un sens ou dans l'autre, mais il est impossible de les attaquer au moyen d'un heurtoir qui serait placé sur la tige motrice ou sur son prolongement, car leur masse est beaucoup trop considérable pour prendre instantanément une vitesse finie, si ce n'est en donnant lieu à des chocs violents. On a donc recours à une petite machine hydraulique secondaire, dont le distributeur a très peu de masse, et qui constitue une sorte de *servo-moteur* commandant la distribution du moteur principal.

Nous décrivons la distribution de la machine de Huelgoat, plus connue que celles de Reichenbach et de Jordan, quoique basée absolument sur les mêmes principes.

Dans la figure 99, C est le cylindre moteur à simple effet,

H, le piston,

T, la tige actionnant l'opérateur, qui est ici une pompe foulante à simple effet placée très bas,

t, une tige de distribution qui se meut avec le piston, et porte les buttoirs b, b_1,

Digitized by Google

L, la lumière servant alternativement à l'introduction et à l'échappement,

A, la colonne motrice,

E, la colonne de fuite, située en contrebas du niveau d'aval, comme dans la figure 96,

P, le piston distributeur, représenté dans sa position moyenne,

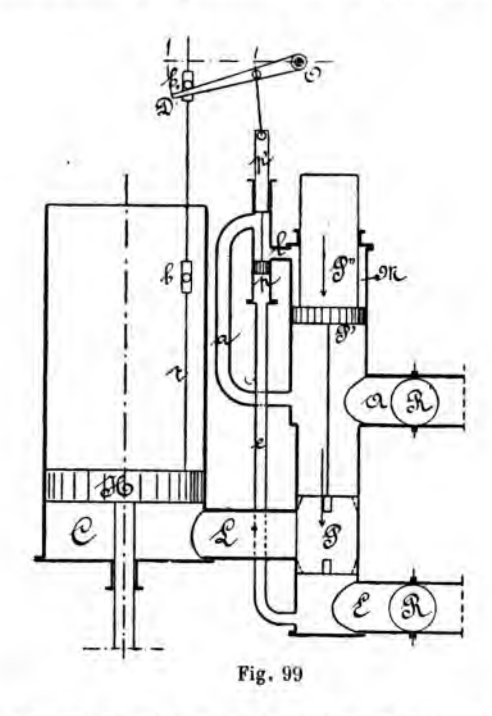


Fig. 99

P', un piston de section plus grande, lié au précédent,

P'', un plongeur, réduisant considérablement la section utile de la face supérieure du piston P',

l, un conduit, destiné à établir, dans l'espace annulaire M, soit la pression de la colonne A, soit celle de la colonne E,

p, le petit piston distributeur, qui, d'après sa position, fait communiquer la lumière *l* avec le tuyau *a* ou avec le tuyau *e*,

p', un piston de même section lié au précédent, et destiné à l'équilibrer,

OD, un levier pivotant autour de son extrémité fixe O, et recevant son mouvement des buttoirs b b_1, lorsque ceux-ci arrivent vers l'extrémité

Digitized by Google

de leur course. Ce levier est relié, par une bielle, au groupe des petits pistons *p p'*.

On remarquera d'abord que l'ensemble des pistons *p,p'*, présente fort peu de masse, et peut être actionné par choc sans inconvénient; ces pistons forment en outre, tant par leur poids que par les pressions auxquelles ils sont soumis, un système qui reste en équilibre indifférent; quant à l'ensemble des pistons P, P', P", il est disposé de telle manière qu'il s'élève par l'effet des pressions lorsque l'espace M communique avec le canal *e*, tandis qu'il descend lorsque cet espace est en relation avec la colonne A, par l'intermédiaire du petit canal *a*.

Dans la position de la figure, le piston moteur H est arrivé au bas de sa course, le butoir supérieur b_1 a déjà entraîné le levier OD, et, avec lui, les pistons *p p'*; le piston distributeur P se meut donc vers le bas, et, après avoir fermé la lumière du côté de l'échappement, il est sur le point de l'ouvrir à l'admission, pour fournir la course motrice qui va commencer.

Les bords du piston P sont creusés de cannelures obliques, qui ont pour effet d'étrangler ou d'ouvrir progressivement la lumière L; on évite ainsi la mise en mouvement ou l'arrêt brusques de l'eau motrice, dont l'inertie est considérable.

Malgré cet artifice ingénieux, la vitesse de la machine doit rester très faible; on la règle au moyen des registres R, R.

Voici quelques données relatives à la marche de ce moteur :

Diamètre du piston	1m030
Course	2 ,300
Diamètre des tuyaux.	380
Hauteur moyenne de la colonne A.	74 ,000
» » » E.	14 ,000
Nombre de coups simples par minute.	5 1/2
Vitesse moyenne du piston, arrêts déduits . . .	0m20
» » de l'eau dans les colonnes. . .	1 ,46
Travail correspondant à la puissance absolue de la chute.	140 chev.
Travail disponible sur la tige	90 —

Rühlmann (1) donne un tableau fort complet, relatif à un grand nombre

1. Allgemeine Maschinenlehre, t. I.
Voir aussi *Praktische M. C.*, 1872, pl. 32; 1874, pl. 4; 1876, pl. 21; le même recueil renferme le dessin d'une petite machine horizontale à double effet actionnant une pompe, par J. Mikula, 1886. p. 24, pl. 54.

Digitized by Google

de machines exécutées, et dont la plus ancienne remonte à 1749; d'après ses relevés, le rendement des machines de cette espèce est en moyenne de 0,825, en tenant compte du moteur seulement; mais ce chiffre est obtenu en divisant le rendement en eau élevée par celui de la pompe seule, calculé au moyen d'une formule contestable de Weisbach; il ne mérite pas une entière confiance. A la rigueur, ce chiffre élevé n'a cependant rien qui doive étonner, les seules pertes possibles sont dues aux résistances passives, aux fuites, aux pertes de charge, et à la force vive (presque négligeable) conservée par l'eau à la sortie.

La résistance passive la plus importante provient du frottement du piston moteur, qui dépend des conditions du montage, et non de la pression; l'influence relative de ce frottement diminue au fur et à mesure que la colonne motrice augmente et *vice-versa.*

Les machines à action directe ne conviennent qu'à des opérateurs spéciaux, principalement les pompes, comme nous l'avons dit; on en trouve aussi des exemples dans la commande des ventilateurs à cloches (7e fascicule).

§ II.

MACHINES A ROTATION.

90. — Dans ces moteurs, la course du piston est limitée cinématiquement par les points morts, la distribution ouvre et ferme les lumières à ces instants précis [1]; il ne peut surtout y avoir aucun retard dans l'ouverture des lumières d'échappement, ni aucune avance dans leur fermeture, car l'inertie des organes à rotation aurait pour effet de produire des ruptures.

La distribution est disposée comme dans la figure 97, sauf que le mouvement des pistons distributeurs est commandé par un excentrique calé à angle droit sur la manivelle, et dont l'excentricité est égale à l'épaisseur des pistons ou à la largeur des lumières.

En supposant que cet état de choses ait d'abord été établi avec toute la précision désirable, il ne tarderait pas à être altéré par l'usure des

1. Il y a exception à cette règle pour le moteur Hoppe et pour la machine à poches d'air de Mayer, qui seront examinés plus loin.

Digitized by Google

articulations, et les inconvénients signalés ci-dessus se produiraient. Pour les éviter, on peut avoir recours, pour les pressions modérées, à un matelas d'air interposé entre l'eau et le piston, comme dans quelques moteurs qui seront examinés plus loin ; mais, pour les pressions élevées, l'air se dissout dans l'eau et est difficile à renouveler. Un autre moyen consisterait à placer aux extrémités du cylindre des soupapes de sûreté, ou, de préférence, des pistons à ressorts ou à contrepoids [1] qui éviteraient les accidents dûs à l'incompressibilité de l'eau ; enfin, un troisième moyen peut être employé [2], qui consiste à donner aux lumières une forme lenticulaire et une longueur plus grande que celle du distributeur (fig. 100). De cette manière, lorsque la machine est au point mort, les deux compartiments du cylindre ne sont pas complètement isolés de la conduite ; il est vrai que cette disposition donne lieu à une perte d'eau, mais on s'efforce de la diminuer en donnant aux parties découvertes de la lumière une section aussi faible que possible. Nous rencontrerons plus loin un quatrième système qui évite toute perte d'eau (108).

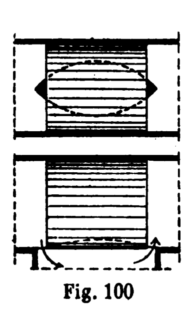


Fig. 100

91. — Ces divers moyens, propres à empêcher les ruptures qui proviendraient de défauts dans la distribution, ont une autre utilité, ils peuvent amortir les coups de bélier qui résulteraient d'une variation trop brusque de vitesse dans les conduites de grande longueur. Il est évident que tout ce qui peut réduire les accélérations de l'eau dans les conduites contribue à écarter le danger du coup de bélier, et à ce point de vue, la conjugaison convenable de plusieurs moteurs peut être un excellent moyen ; toutefois l'accouplement des moteurs, bien qu'il réduise le rapport existant entre les débits maximum et minimum de la conduite, ne diminue pas toujours la valeur maximum de l'accélération ; ainsi, dans le cas de deux moteurs conjugués sur manivelles à angle droit, des-

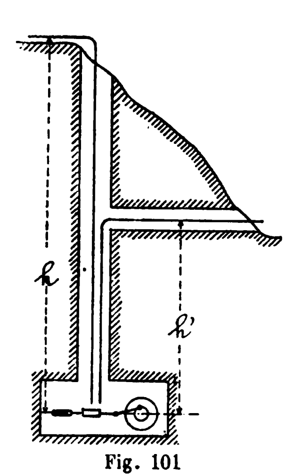


Fig. 101

1. 7e fascicule, nos 53 et 54.
2. Étude sur les machines d'épuisement du puits « Kœnigin Marie » à Clausthal. par Hoppe. — Revue universelle des Mines, 2e série, t. XI, p. 223.

Digitized by Google

servis par une conduite unique, l'accélération la plus grande est la même que celle qui se produirait dans un moteur à cylindre unique alimenté par la même conduite. L'accouplement de deux moteurs n'est efficace au point de vue des coups de bélier que pour autant qu'on emploie des réservoirs d'air [1]; malheureusement, la solubilité de l'air rend impossible l'usage des réservoirs quand il s'agit de hautes pressions.

On peut citer comme exemple de machine à colonne d'eau à rotation, le moteur de fond établi à Clausthal pour l'épuisement de la mine *Kœnigin Marie*.

La hauteur motrice est produite par des eaux de surface (fig. 101), dont on peut se débarrasser par une galerie latérale d'écoulement; mais pour éviter l'emploi de jeux de pompe et de maitresses-tiges, on a établi le moteur en contrebas de ce niveau inférieur; voici quelques données relatives à cette machine :

$$h = 593^{m}$$

$$h' = 225^{m}$$

Hauteur motrice : $H = h - h' = 368$ mètres.

Course des pistons.	625^{mm}
Diamètre des pistons	310

Diamètre des pistons distributeurs : 304 millimètres.

L'arbre fait 12 à 16 tours par minute ; pour le plus élevé de ces deux chiffres, la vitesse moyenne des pistons est de $0^{m},333$, la vitesse dans les conduites est quatre fois plus considérable.

Le rendement global des machines et des pompes n'a atteint aux expériences que 0,35, lorsque la vitesse était de 12 tours par minute ; il est descendu à 0,15 lorsque cette vitesse n'était que de 3 tours ; il a été établi par les jaugeages que ces chiffres médiocres proviennent des fuites aux distributeurs et surtout aux pistons moteurs ; ces derniers n'ont pas de garnitures, ils sont seulement creusés de sillons annulaires, et l'influence des fuites diminue lorsque la vitesse augmente. Les pertes

1. Cette question est du même ordre que celle qui est traitée avec plus de développement dans le 7e fascicule.


Digitized by Google

de charge, calculées avec beaucoup de soin par M. Hoppe [1] ne paraissent pas dépasser, depuis l'entrée de l'eau à la surface, jusqu'à la sortie dans la galerie d'écoulement, les 0,08 de la hauteur motrice.

§ III.

ÉTUDE HYDRODYNAMIQUE DES MACHINES A COLONNE D'EAU.

92. — Nous avons décrit, dans les numéros précédents, le fonctionnement des machines à piston, en supposant que les pressions s'y développent suivant la loi hydrostatique, mais il n'en serait ainsi que si la vitesse était très faible ; or les moteurs à rotation *rapide* ont pris une certaine importance industrielle; pour ceux-ci surtout, il y a lieu de se préoccuper très sérieusement des changements de vitesse de la masse liquide en mouvement, qui sont accompagnés de forces d'inertie plus ou moins grandes. Sans être négligeables pour les machines à action directe, ces forces sont beaucoup réduites par le fait que les pistons sont à longue course et se meuvent fort lentement, et que, vers les changements de sens de la vitesse, les lumières sont recouvertes, puis découvertes d'une manière progressive.

D'ailleurs, les pompes à mouvement alternatif soulèvent les mêmes problèmes, et les machines examinées au paragraphe I devraient être reprises en tenant compte du mouvement varié, dont la loi, inconnue *a priori*, peut être découverte en résolvant les équations du mouvement. En cherchant ensuite la valeur de la pression sur les pistons à chaque instant, on s'assurerait si elle ne dépasse pas les limites permises pour la sécurité. En outre, cette pression ne peut évidemment devenir négative, sinon, le mouvement traduit par les équations ne serait pas possible, et, à certains moments, les colonnes liquides quitteraient les pistons du moteur ou de la pompe.

Les moteurs à rotation sont pourvus d'un volant plus ou moins lourd, qui sert à régulariser la vitesse communiquée aux opérateurs, et qui réduit donc, entre des limites assez restreintes, les écarts de la vitesse angulaire de l'arbre. Pour l'étude du mouvement de la colonne d'eau,

1. Revue universelle des Mines, 2e série, t. XI. — Traduction de R. Boulvin.

Digitized by Google

nous pouvons supposer, sans grande erreur, que la vitesse de rotation est uniforme, le moteur peut alors être séparé de l'opérateur, chacun d'eux est supposé sans influence sur le mouvement du volant.

93. — *Equation du mouvement varié.* — On sait que (1), pour tout tronçon de conduite tel que MN (fig. 102) on a, lorsque le mouvement permanent n'est pas établi :

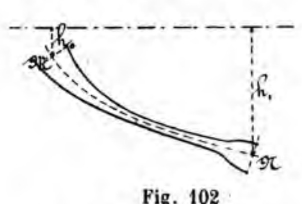


Fig. 102

$$\frac{1}{g}\int_{s_0}^{s_1}\frac{dv}{dt}ds = h_1 - h_0 + \frac{p_0 - p_1}{\Pi} + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

h_0 est la hauteur du centre de la section M, sous un plan quelconque de comparaison ;

s_0, la distance mesurée sur l'axe, depuis un point initial jusqu'au centre de la section ;

p_0, v_0, sont la pression et la vitesse dans la section ;

h_1, s_1, p_1, v_1, sont les éléments analogues pour la section finale.

Le cas qui se rencontre le plus fréquemment est celui où la conduite présente une partie cylindrique très longue ; les variations de section ne se produisent alors qu'aux extrémités, et l'on peut écrire, sans grande erreur :

(1) $$\frac{1}{g}(s_1 - s_0)\frac{dv}{dt} = h_1 - h_0 + \frac{p_0 - p_1}{\Pi} + \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

Dans le cas de la figure 103, on aurait, en outre :

$$v_0 = o$$

v_1 serait la vitesse de l'eau dans la section évasée N.

Fig. 103

Fig. 104

Il est vrai que cette disposition ne saurait être réalisée à l'entrée du cylindre d'une machine à colonne d'eau, car, en supposant même que

1. Voir, pour la démonstration de cette propriété, le 7e fascicule, n° 25.

Digitized by Google

la lumière soit placée dans le couvercle du cylindre, on aurait un élargissement brusque, rompant la continuité de la colonne ; on pourrait alors appliquer l'équation jusqu'au point N', (fig. 104) et tenir compte de la perte de charge produite par le choc entre les sections N' et N.

La complication des conduits est toujours assez grande dans le voisinage du cylindre, et les lumières ne sont que partiellement découvertes, si ce n'est pour la position moyenne du piston (1), ce qui amène de nouvelles difficultés, et nous nous bornerons à examiner le cas, purement hypothétique, où les choses se passent comme dans la figure 103, c'est-à-dire que nous supposerons que la colonne ne présente, à l'entrée où à la sortie du moteur, que des changements progressifs de section, et que le distributeur découvre instantanément l'orifice du tuyau.

PREMIER CAS

MACHINES A BIELLES LONGUES.

94. — Nous admettrons d'abord que l'obliquité de la bielle est négligeable (pour la machine de Clausthal, cette hypothèse serait permis sans erreur sensible, la bielle ayant une longueur égale à 10 fois le rayon de manivelle). Le système à étudier est alors représenté par la figure 105.

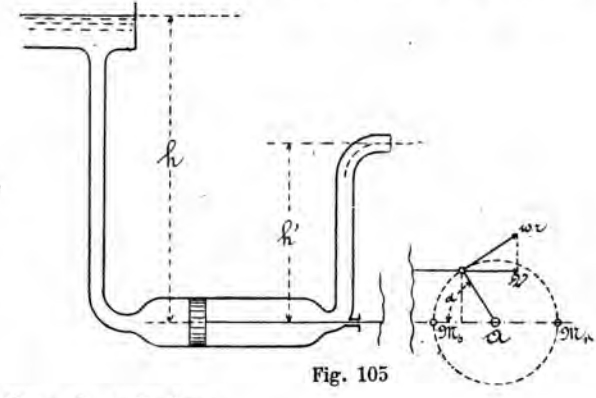


Fig. 105

Soit h, la hauteur comptée depuis le niveau de la prise d'eau jusqu'à l'axe du cylindre ;

1. On peut établir facilement, qu'en négligeant les obliquités de la bielle motrice, ainsi que de la barre d'excentrique commandant les pistons distributeurs, l'ouverture de la lumière est proportionnelle à la vitesse du piston moteur à chaque instant, et qu'ainsi *la vitesse de l'eau dans la lumière est constante*. Cette propriété résulte de ce que, dans les machines à colonne d'eau, l'excentrique doit être calé à angle droit sur la manivelle, mais elle n'est d'aucun secours pour l'étude que nous poursuivons.

Digitized by Google

ω, la vitesse angulaire de l'arbre A, supposée uniforme ;
α, l'angle de la manivelle, compté depuis le point mort M_o ;
r, le rayon de la manivelle ;
V, la vitesse du piston à l'instant considéré, et S, sa section ;
v, la vitesse dans la colonne, au même instant ;
s, la section de la conduite, et
l, sa longueur.

On peut poser immédiatement :

$$V = \omega r \sin \alpha$$

$$\frac{dV}{dt} = \omega^2 r \cos \alpha$$

d'où :

$$v = \frac{S}{s} \omega r \sin \alpha$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{S}{s} \omega^2 r \cos \alpha$$

En appliquant l'équation (1) pour la colonne motrice, on devra faire $p_o = p_a$ et $s_1 - s_o = l$; p_1 sera la pression sur la face motrice du piston :

$$\frac{1}{g}\, l\, \frac{dv}{dt} = h + \frac{p_a - p}{\Pi} - \frac{V^2}{2g}$$

d'où :

$$\frac{p}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{\omega^2 r^2}{g}\left(\frac{\sin^2 \alpha}{2} + l\,\frac{S}{s}\,\frac{\cos \alpha}{r}\right)$$

pour que $\frac{p}{\Pi}$ reste positif pendant toute la course directe, il faut que le second membre le soit au moment où le terme négatif atteint sa valeur la plus grande ; les deux valeurs de α qui annulent la dérivée de ce terme répondent à

$$\sin \alpha = o$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{r}\,\frac{S}{s}$$

La deuxième égalité est inadmissible dans tous les cas pratiques, puisque, en général

$$\frac{l}{r}\,\frac{S}{s} > 1,$$

Digitized by Google

La valeur $\sin\alpha = o$ correspond bien au maximum du terme négatif lorsque

$$\alpha = o$$

et au minimum, lorsque

$$\alpha = 180^\circ$$

C'est donc au point mort M_o qu'on devra avoir

$$\frac{p}{\Pi} > o$$

et l'on sera certain que le liquide suit constamment le piston; on trouve ainsi :

(I) $$\omega^2 r \overset{=}{<} \frac{g}{l} \frac{s}{S} \left(h + \frac{p_a}{\Pi}\right)$$

Dans le cas d'une colonne verticale, on a $l = h$, et conséquemment la condition deviendrait :

(I') $$\omega^2 r^2 \overset{=}{<} gr \frac{s}{S} \left(1 + \frac{10.33}{h}\right)$$

ωr est la vitesse maximum du piston pendant le tour; il est donc d'autant plus difficile d'atteindre une vitesse élevée, que les tuyaux ont une section moindre, que la course du piston est plus faible et que la hauteur h est grande; toutefois, étant donné que h atteint toujours au moins 30 mètres dans la plupart des cas, on voit que l'augmentation de cette hauteur ne réduit la vitesse possible que dans une mesure assez faible.

Si la colonne motrice n'est pas verticale, on a nécessairement

$$l > h$$

et la vitesse limite est réduite, ce qu'on pouvait du reste prévoir, car l'inertie de la masse augmente sans qu'il en soit de même de la hauteur qui produit son accélération

Représentation graphique de la loi des pressions motrices. — Pour représenter graphiquement la loi des hauteurs motrices sur le piston,

Digitized by Google

il suffit de décrire, sur la course $M_0 M_1$ (fig. 106) une demi-circonférence, et de mener, à la distance

$$h + \frac{p_a}{\Pi}$$

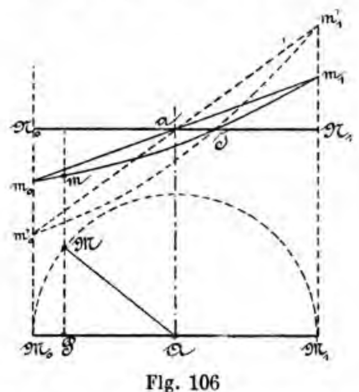


Fig. 106

la parallèle $N_0 N_1$, puis, de construire le terme soustractif :

$$\frac{\omega^2 r^2}{g}\left(\frac{\sin^2 \alpha}{2} + l\,\frac{S}{s}\,\frac{\cos \alpha}{r}\right)$$

Lorsque le coefficient $\frac{lS}{sr}$ estgrand, on peut négliger $\sin^2\alpha$, et il suffit de calculer une seule valeur $N_0 m_0$, du terme restant, qui, étant proportionnel au cosinus de l'angle α, sera représenté par les ordonnées de la ligne droite $m_0 m_1$, comptées à partir de $N_0 N_1$; la loi des hauteurs $\frac{p}{\Pi}$ sur la face motrice du piston sera donc donnée par le diagramme $M_0\, m_0\, m_1\, M_1$.

Lorsque ω augmente, l'inclinaison de $m_0 m_1$ s'accentue très rapidement, mais cette ligne passe toujours par le point a.

En tenant compte de $\frac{\sin^2 \alpha}{2}$, les points $m_0 m_1$ ne sont pas changés, la loi des hauteurs motrices effectives devient une parabole passant par ces points.

On pourrait aussi examiner l'effet des pertes de charge dues au frottement des tuyaux, ainsi qu'aux coudes de la conduite ; elles retranchent, de la hauteur motrice, une ordonnée proportionnelle au carré de la vitesse de l'eau à chaque instant, c'est-à-dire proportionnelle à :

$$\frac{S^2}{s^2}\,\omega^2 r^2 \sin^2 \alpha$$

La loi de la hauteur motrice reste donc traduite par une parabole, dont la courbure est plus accusée que celle de la courbe déjà obtenue.

On peut remarquer que la valeur de α qui annule la parenthèse ne dépend pas de la vitesse de rotation ; par conséquent, lorsque celle-ci vient à changer, toutes les paraboles passeront par le point d'intersection, I, de l'une d'elles avec la ligne $N_0 N_1$.

Digitized by Google

95. — Examinons aussi ce qui se passe du côté de l'échappement. Il y a ici deux cas à considérer.

A. — Lorsque la machine est établie en contrebas du niveau d'écoulement (fig. 105), désignons par h' la hauteur de la colonne à refouler, par l' sa longueur, par p' la pression exercée par le piston à l'instant correspondant à l'angle α, nous aurons, en appliquant l'équation (1) :

$$\frac{l'}{g}\frac{dv}{dt}=\frac{p'-p_a}{\Pi}-h'+\frac{V^2}{2g}-\frac{v^2}{2g}$$

ou, à cause des valeurs de V, v et $\frac{dv}{dt}$

$$\frac{p'}{\Pi}=\frac{p_a}{\Pi}+h'+\frac{\omega^2 r^2}{g}\left[l'\,\frac{S}{s}\,\frac{\cos\alpha}{r}+\frac{\sin^2\alpha}{2}\left(\frac{S^2}{s^2}-1\right)\right]$$

En donnant à α différentes valeurs, on trouvera la pression résistante p', mais il importe surtout que cette pression ne devienne jamais négative, c'est ce qui arriverait dans la seconde moitié de la course, pour laquelle $\cos\alpha$ est négatif, si la vitesse devenait trop considérable; on reconnait que la position la plus défavorable est l'extrémité de la course, pour laquelle on a :

$$\frac{p'}{\Pi}=\frac{p_a}{\Pi}+h'-\omega^2 r\,\frac{l'}{g}\,\frac{S}{s}$$

on devra donc avoir :

(II) $$\omega^2 r \overline{\overline{<}} \frac{g}{l'}\,\frac{s}{S}\left(\frac{p_a}{\Pi}+h'\right)$$

Dans le cas où la colonne d'échappement est verticale, on a :

$$l'=h'$$

et l'équation devient :

(II') $$\omega^2 r^2 \overline{\overline{<}} gr\,\frac{s}{S}\left(1+\frac{10.33}{h'}\right)$$

En rapprochant cette équation de celle (I') déjà trouvée pour la face motrice, et remarquant que l'on a toujours

$$h'<h$$

on voit que la condition (II') sera satisfaite *a fortiori*

Digitized by Google

B.— Le moteur peut être placé en un point intermédiaire de la chute, la colonne d'échappement agit par aspiration, la hauteur h' est affectée du signe négatif dans l'équation du mouvement, qui devient :

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - h' + \frac{\omega^2 r^2}{g}\left[l' \ \frac{S}{s}\frac{\cos\alpha}{r} + \frac{\sin^2\alpha}{2}\left(\frac{S^2}{s^2} - 1\right)\right]$$

La condition nécessaire pour que la colonne d'échappement ne puisse devancer le piston est alors :

$$(\mathrm{II}_1) \qquad \omega^2 r \stackrel{=}{<} \frac{g}{l'}\frac{s}{S}\left(\frac{p_a}{\Pi} - h'\right)$$

ou bien, lorsque la colonne est verticale :

$$(\mathrm{II'}_1) \qquad \omega^2 r^2 \stackrel{=}{<} gr \ \frac{s}{S}\left(\frac{10.33}{h'} - 1\right)$$

Pour que le mouvement soit possible, il faut évidemment que l'on ait

$$h' < 10.33$$

en outre, la limite supérieure de la vitesse peut être considérablement abaissée, la condition (I') n'est prépondérante que si l'on a :

$$h' < \frac{10.33}{2h + 10.33}\ h$$

Pour des valeurs de h égales à 20 et 100 mètres, respectivement, on trouve que la vitesse limite de la machine n'est pas influencée par la condition d'échappement, pourvu que h' reste inférieure à 4 mètres environ dans le premier cas, à 5 mètres dans le second cas.

96. — *Représentation graphique de la loi des pressions résistantes.*— En suivant la marche exposée au numéro 94, on obtient, pour la pression résistante, au lieu de la pression statique, dont la loi serait représentée par le rectangle $M_0\,Q_0\,Q_1\,M_1$ (fig. 107), une pression variable fournie par les ordonnées de la courbe $l_0\,I'\,l_1$.

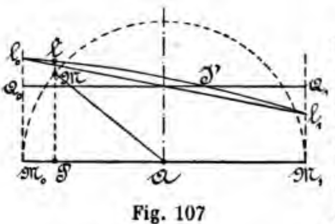


Fig. 107

Digitized by Google



97. — La superposition des figures 106 et 107 permet de trouver l'effort transmis à la tige; ainsi, pour une position quelconque M, de la manivelle (fig. 108), il sera donné par lm, différence des ordonnées Pm et Pl des figures 106 et 107. La loi trouvée est d'autant plus irrégulière que la vitesse est plus grande [1].

L'inertie des pièces à mouvement alternatif modifie encore la pression transmise à la tige, sans toutefois affecter le travail, comme nous le verrons au numéro 104.

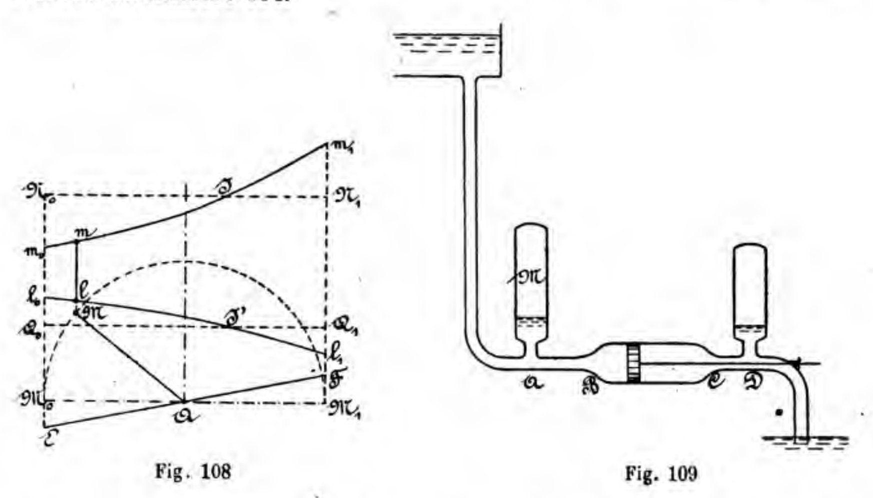


Fig. 108 Fig. 109

98.— *Effet des réservoirs d'air.*— L'effet d'un réservoir de volume indéfini, M, (fig. 109) placé près du moteur sur la conduite d'amenée, serait de produire, dans la colonne d'alimentation, un mouvement uniforme, la partie AB serait seule influencée par les accélérations du piston ; dans ce cas, la condition (I) peut encore être appliquée, pourvu que l désigne la longueur de la branche AB ; la vitesse ωr peut donc augmenter beaucoup. Sur la conduite d'échappement, on devrait faire $l' = CD$. Les conditions (I) et (II) montrent, du reste, qu'il est beaucoup plus difficile d'atteindre une grande vitesse de piston ωr lorsque la course est faible ; le nombre de tours, proportionnel à ω, varie en raison inverse de la racine carrée du rayon de manivelle. Les moteurs de la petite industrie ne peuvent rendre des services qu'à la condition de donner direc-

1. Les variations trouvées pour les pressions motrices et résistantes, calculées pour les machines de Clausthal, rendent compte des résultats de quelques expériences manométriques faites sur cette machine.

Digitized by Google

tement, sur leur arbre, une vitesse de rotation assez grande; on voit que l'emploi du réservoir d'air s'impose pour ces machines, on ne devrait y renoncer que si la pression devenait très considérable.

DEUXIÈME CAS

MACHINES A CYLINDRE OSCILLANT

99.— *Moteur de Schmid* ([1]). — Cette machine est représentée en coupes longitudinale et transversale (fig. 110 et 111). Le cylindre oscille autour d'un axe transversal *aa*, réalisé par deux tourillons maintenus par les brides B, qui, articulées sur le bâti, peuvent être serrées avec

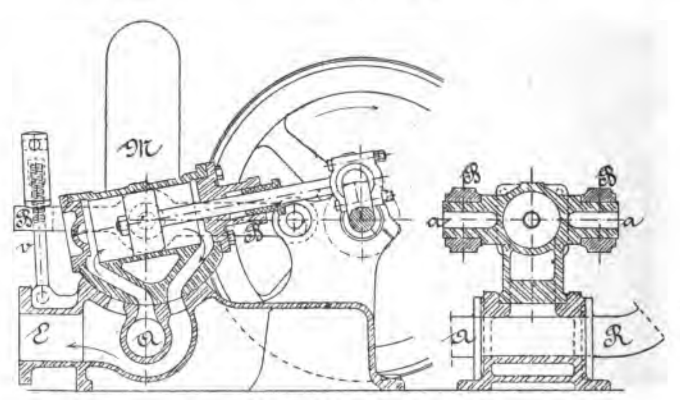


Fig. 110-111

précaution au moyen des vis de pression *v*, dont les écrous appuyent sur l'extrémité des brides. La glace du cylindre, dans laquelle viennent s'ouvrir les lumières de distribution, est une surface cylindrique concentrique à l'axe d'oscillation *aa*, surface qui s'appuie sur le socle creux du bâti; A est la conduite d'arrivée de l'eau, E le tuyau d'échappement, R est une tubulure portant un réservoir d'air M, toujours en communication avec la chambre d'eau sous pression. Le cylindre est représenté

1. Ce moteur, présenté dans un concours ouvert à Zurich en 1870, dans le but de procurer la force à la petite industrie, s'est beaucoup répandu à cause de sa simplicité; on le construit jusqu'à 300 millimètres de diamètre et 370 millimètres de course de piston. — Knoke, ouvrage cité.

Digitized by Google

au moment de son inclinaison la plus grande, alors que l'admission et l'échappement se font à plein canal; la distribution s'opère par le mouvement relatif du cylindre sur son socle, et n'exige ni excentrique, ni tiroir spécial; elle ne saurait être influencée par l'usure, puisque le cylindre, revenant toujours à la position horizontale au point mort, c'est-à-dire au moment où doivent commencer l'admission et l'échappement, les canaux se trouveront toujours, à cet instant, exactement interceptés par les pleins de la glace fixe.

100. — Ce moteur donne lieu aux mêmes recherches que les machines à bielle; toutefois, comme il n'est plus permis, dans le calcul de la vitesse et de l'accélération, de négliger l'obliquité, nous commencerons par rechercher la vitesse du piston en supposant constante la vitesse de rotation ω de l'arbre.

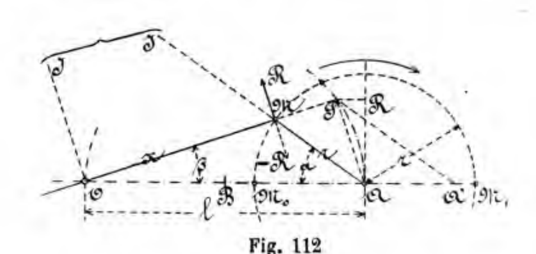


Fig. 112

Soient r, le rayon AM de la manivelle (fig. 112),

L, la distance OA,

x, la quantité variable OM.

Elevons en O la perpendiculaire OI à la direction OM de la tige, et prolongeons AM jusqu'à son point de rencontre avec OI; le point I est le centre instantané qui permet de trouver la vitesse du piston; car, soit V cette vitesse, on a :

$$\frac{V}{\omega r} = \frac{OI}{IM}$$

Abaissons AP perpendiculaire à OM, on a :

$$\frac{OI}{IM} = \frac{AP}{r}$$

D'où

$$V = \omega \, AP$$

Digitized by Google

Le lieu géométrique de P est la circonférence décrite du point B, milieu de OA, avec le rayon BA.

On a, du reste :

$$AP = L \sin \beta$$

$$x \sin \beta = r \sin \alpha$$

$$x \cos \beta + r \cos \alpha = L$$

d'où :

$$V = \omega r \, L \frac{\sin \alpha}{\sqrt{L^2 + r^2 - 2r \, L \cos \alpha}}$$

La vitesse atteint évidemment sa valeur maximum lorsque $AP = r$; en ce moment, l'accélération est nulle.

Pour éviter de nous servir de l'expression compliquée de l'accélération, nous la construirons graphiquement, il suffit de mener PA' parallèle à MA, on a (1) :

$$\frac{dV}{dt} = \omega^2 \frac{OP}{L} \overline{AA'}$$

Pour la demi-circonférence supérieure, le mouvement ayant lieu dans le sens de la flèche, AA' doit être compté positivement à droite du centre A, et négativement à gauche de ce point; dans la demi-circonférence inférieure, c'est l'inverse qui doit avoir lieu.

Aux points morts, l'accélération prend les valeurs très simples qui suivent :

En M_0. . . . . . $\frac{dV}{dt} = \omega^2 r \frac{L}{L - r}$

En M_1. . . . . . $\frac{dV}{dt} = \omega^2 r \frac{L}{L + r}$

L'équation qui donne la pression sur la face motrice du piston est :

$$\frac{p}{\Pi} = h + \frac{p_a}{\Pi} - \frac{\omega^2}{2g}\left(2 \, l \, \frac{S}{s} \, \frac{OP}{L} \, \overline{AA'} + \overline{AP}^2\right)$$

On a, du reste :

$$\overline{AP}^2 = PR \times L$$

1. Cette construction est établie en cherchant quelle est, lors d'un déplacement infiniment petit, la valeur de dV en fonction de l'accroissement de AP et du déplacement du point M.

Digitized by Google

PR étant la perpendiculaire abaissée du point P sur la verticale menée par le point A.

101.— *Diagramme des pressions motrices.*— Pour tracer ce diagramme, on prend (fig. 113), un certain nombre de positions de la manivelle, que l'on rapporte, par des arcs de cercle décrits du point O, sur la ligne des points morts. On mène l'ordonnée constante

$$\frac{p_a}{\Pi} + h$$

qui détermine la ligne des pressions statiques, N_0 N_1, relativement à l'axe XX, et l'on construit, pour chaque point, les quantités telles que AA', PR, que l'on mesure en tenant compte de l'échelle de la figure ; on calcule l'expression

$$\frac{\omega^2}{2g}\left(2l\,\frac{S}{s}\,\frac{OP}{L}\,\overline{AA'} + L \times \overline{PR}\right)$$

dont on porte la valeur en *nm*. L'ensemble des points *m* permettra de trouver la ligne A_g A_g (admission sur la face de gauche). Les ordonnées telles que *nm* sont divisées, par la courbe pointillée, en deux parties représentant, respectivement, les deux termes qui composent l'expression de *nm*; la partie comprise entre les deux courbes représente le dernier terme qui s'annule aux points morts, et prend sa valeur maximum lorsque la vitesse du piston est la plus grande.

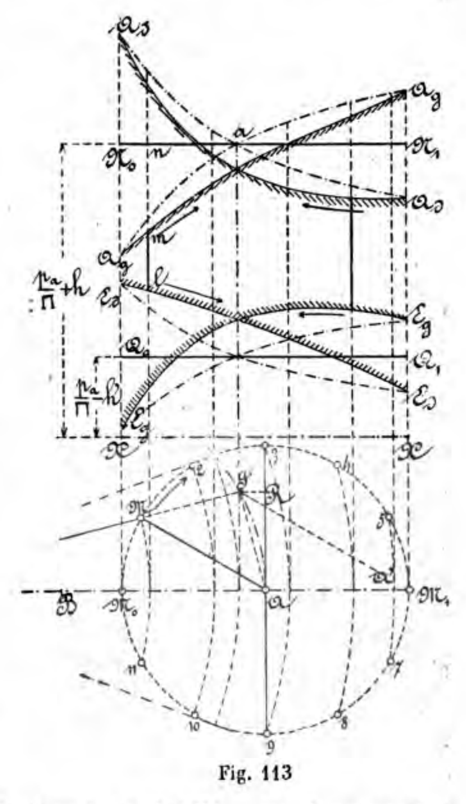


Fig. 113

102. — Pour l'échappement, on aurait, en plaçant l'axe du cylindre à la hauteur *h'* au-dessus du niveau d'écoulement.

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - h' + \frac{\omega^2}{2g}\left[2l'\,\frac{S}{s}\,\frac{OP}{L}\,\overline{AA'} + \overline{AP}^2\left(\frac{S^2}{s^2} - 1\right)\right]$$

Digitized by Google

C'est-à-dire que la hauteur résistante s'obtient en ajoutant, à la hauteur statique $\frac{p_a}{\Pi} - h'$, représentée par l'ordonnée de la ligne droite $Q_0 Q_1$, les termes :

$$\frac{\omega^2}{2g} \times 2l' \frac{S}{s} \frac{OP}{L} \overline{AA'}$$

et

$$\frac{\omega^2}{2g} \times \overline{AP}^2 \left(\frac{S^2}{s^2} - 1 \right)$$

Ce dernier est toujours positif, tandis que le premier, positif jusqu'au moment où la vitesse prend sa valeur maximum, est ensuite négatif jusqu'à la fin de sa course.

La contre-pression finale a pour valeur, au point mort M_1 (en tenant compte du signe de l'accélération) :

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - h' - \frac{\omega^2}{g} rl' \frac{S}{s} \frac{L}{L+r}$$

Pour la course rétrograde, au point M_0, on aurait une valeur encore inférieure :

$$\frac{p'}{\Pi} = \frac{p_a}{\Pi} - h' - \frac{\omega^2}{g} rl' \frac{S}{s} \frac{L}{L-r}$$

Pour pouvoir atteindre une vitesse élevée sans que cette pression s'annule, il faudra réduire h' et l' autant que possible.

En considérant simultanément la loi A_g de la hauteur motrice sur la face de gauche du piston, ainsi que la loi E_d (échappement sur la face de droite) de la hauteur résistante sur l'autre face, on voit que, pour la course directe, l'effort sur la tige est représenté, à une échelle convenable, par la portion $l\ m$ d'ordonnée; pour la course rétrograde, il faut prendre simultanément les courbes A_d (admission-droite) et E_g (échappement-gauche). Le travail moteur pendant les deux courses est donc représenté par les surfaces $A_g\ E_d$, et $A_d\ E_g$, en laissant de côté toute question d'échelle [1].

1. Les courbes d'indicateur, relevées sur chacune des faces du piston, s'obtiendraient en prenant la ligne d'admission en même temps que la ligne d'échappement sur la même face; on aurait ainsi, pour la face de gauche, le diagramme $A_g\ A_g\ E_g\ E_g$, et, pour la face de droite, la figure $A_d\ A_d\ E_d\ E_d$.


Digitized by Google

103. — Il faut bien observer que, pas plus dans les moteurs à bielle que dans les machines à cylindre oscillant, l'*inertie* de l'eau n'a pour effet de modifier le travail moteur ; ainsi, dans la figure 106, la surface $N_0\, a\, m_0$, négative, est compensée par la surface $a\, m_1\, N_1$ positive ; dans la figure 113, les courbes en trait pointillé interceptent, de part et d'autre de la ligne des pressions statiques, des surfaces égales. Quant au terme dépendant du carré de la vitesse, il constitue bien une perte, qui, pour l'admission et l'échappement réunis, correspond précisément à la hauteur nécessaire pour créer la vitesse dans les tuyaux ; ce terme est comparable aux pertes de charge, que nous avons négligées.

Il est bien évident aussi, que l'emploi d'un réservoir d'air sur la conduite motrice, placé aussi près que possible du distributeur, a pour effet d'augmenter la vitesse possible, attendu que l devient, dans les équations de condition, la longueur très réduite comprise entre le réservoir d'air et le cylindre ; pour l'échappement, le réservoir d'air devient inutile si la conduite est courte et directe, et, par conséquent, si h' est faible, mais dans le cas contraire, il y a intérêt à le placer.

L'emploi du réservoir d'air facilite notablement le calcul des pertes de charge, car, si nous le supposons assez grand pour que la pression n'y subisse que des variations insensibles, la vitesse de l'eau dans la colonne motrice sera celle du mouvement uniforme, et l'on calcule immédiatement la perte de charge afférente au frottement dans les tuyaux ; il ne reste alors, parmi les quantités négligées, que la perte due aux inflexions et aux variations de section depuis le réservoir jusqu'au piston, et qui ne saurait être bien considérable. Dans le moteur Schmid la vitesse de l'eau dans la conduite atteint 3 à 4 mètres par seconde.

Dans tout ce qui précède, nous nous sommes attaché à régler la vitesse du fonctionnement de manière à conserver toujours sur le piston une pression positive, tant à l'admission qu'au refoulement ; il est visible que, s'il n'en était pas ainsi, le contact serait rompu, à certains moments, entre le liquide et le piston, et il en résulterait un coup de bélier au moment où le vide serait comblé. Nous devons considérer comme possible, toute allure qui répond aux équations de condition trouvées, bien qu'elle puisse donner lieu à une variation très grande de la pression motrice effective transmise à la tige de piston.

104. — *Forces d'inertie du mécanisme.* — Au point de vue du couple

Digitized by Google

moteur à communiquer à l'arbre, il faut tenir compte des forces d'inertie du système massif interposé entre le liquide et le bouton de manivelle, ce qui est extrêmement simple dans le premier cas, *où nous avons supposé négligeable l'obliquité de la bielle;* car, si nous désignons par q le poids du piston, de la tige et de la bielle, la force d'inertie de ces pièces, parallèle à l'axe du mouvement rectiligne, a pour expression

$$-\frac{q}{g}\frac{dV}{dt}$$

ou

$$-\frac{q}{g}\omega^2 r \cos\alpha$$

Cette force peut être traduite en hauteur motrice, et elle est représentée, pour chaque position du piston, par l'ordonnée de la ligne droite EF (fig. 108), obtenue en posant, pour $\alpha = o$:

$$\Pi\, S \times M_0E = -\frac{q}{g}\omega^2 r$$

Ces ordonnées, ajoutées algébriquement à celles analogues à lm, permettront d'obtenir la loi des efforts moteurs transmis au bouton de la manivelle dans la direction horizontale.

Dans la *machine oscillante*, le mouvement des masses résulte, à la fois, de leur translation suivant l'axe du cylindre, et de leur rotation autour de l'axe des tourillons; de plus, la tige du piston, qui doit faire osciller le cylindre, reçoit, de celui-ci, des réactions qui modifient l'effort transmis.

En appelant Ω la vitesse angulaire du mouvement oscillatoire, et faisant :

$$\frac{L}{r} = m$$

on trouve :

$$\Omega = \omega \frac{m\cos\alpha - 1}{1 + m^2 - 2\,m\cos\alpha}$$

et

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\,m\omega^2 \sin\alpha \frac{m^2 - 1}{(1 + m^2 - 2m\cos\alpha)^2}$$

Digitized by Google

qui s'annule pour $\alpha = 0°$ ou $180°$. Lorsque l'inclinaison du cylindre est maximum,

$$\cos \alpha = \frac{r}{L}$$

et

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{\omega^2}{\sqrt{m^2 - 1}}$$

(La direction positive, pour Ω, correspond à l'arc pour lequel le bouton de manivelle s'élève).

Connaissant une position du cylindre, on pourra toujours chercher la force — R, (fig. 112), appliquée normalement à la tige, capable de produire l'accélération angulaire $\frac{d\Omega}{dt}$ du cylindre; on en déduira l'effort R, égal, et de signe contraire, représentant l'action de cette pièce sur le bouton de la manivelle.

Pour tenir compte de l'inertie de la tige et du piston, on peut raisonner comme il suit : le mouvement relatif de ces masses est connu, et dirigé suivant OM; or, on peut le produire au moyen des forces du mouvement absolu, auxquelles on joindrait une force égale et opposée à celle qui produit pour chaque point le mouvement d'entraînement, ainsi que la force centrifuge composée.

Les axes auxquels le mouvement est rapporté, étant supposés fixes par rapport au cylindre, la première force fictive se composera de la force centrifuge due à la vitesse Ω autour du point O, et de la force normale à la tige, provenant de ce que le mouvement de rotation des axes n'est pas uniforme. Quant à la force centrifuge composée, normale aussi à la direction de la vitesse relative, on connaît les vitesses Ω et V qui permettent de la calculer [1].

Les forces du mouvement absolu ne peuvent être, si on néglige le poids, qu'une force agissant au tourillon O, que nous ne cherchons pas à déterminer, et une force agissant au point M dans une direction inconnue, mais que nous déterminerons en cherchant les composantes de la force suivant la direction de la tige, et suivant la normale.

1. La force centrifuge composée s'annule aux deux points morts, parce que la vitesse relative V est nulle en ces points; elle s'annule aussi avec Ω pour les deux inclinaisons maxima.

Digitized by Google

D'après la nature du mouvement relatif, nous devrons exprimer l'équilibre entre toutes les forces normales, ce qui nous permettra de déterminer l'une des composantes de la réaction; nous exprimerons d'autre part l'équilibre des forces agissant suivant la tige, en tenant compte de la force d'inertie due à l'accélération relative, et de la force centrifuge, ce qui nous permettra de trouver la composante longitudinale inconnue de la réaction.

105. — Malgré que l'introduction s'y fait à pleine course, les moteurs à colonne d'eau à rotation peuvent donner sur leur arbre un couple moteur très irrégulier, car l'inertie de l'eau, surtout, altère d'une manière désavantageuse les efforts communiqués au bouton de la manivelle.

Pour mettre ce fait en évidence, nous avons tracé, (figure 114), en ne tenant compte que des pressions effectives du liquide et des forces d'inertie longitudinales, qui sont seules importantes, le diagramme $M_0AM_1BM_0$, des moments moteurs pour un tour entier de la machine à cylindre oscillant, en fonction des angles, qui sont portés en abscisses;

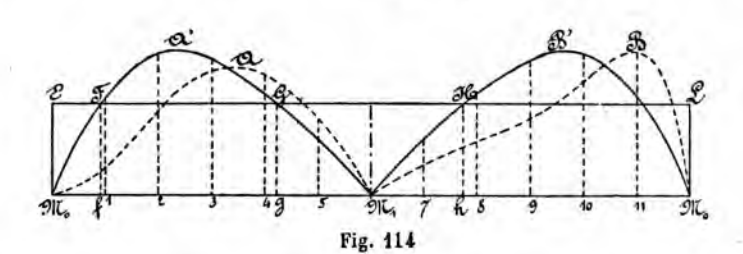


Fig. 114

sur la même figure se trouve représenté, en trait plein, le diagramme de l'effort calculé en ne tenant compte que de la pression statique, et qui serait à peu près réalisé dans une machine à marche très lente. Lorsque l'on connaît l'effort sur le piston, il suffit, pour obtenir le moment de rotation autour de l'arbre, de multiplier cet effort par la perpendiculaire AP (fig. 112), qui a déjà servi à déterminer la loi des vitesses du piston. Lorsque l'effort est constant, le moment varie comme cette perpendiculaire elle-même. Le diagramme $M_0A'M_1B'M_0$ représente donc à la fois, ou le couple moteur en fonction de l'angle, ou, en mesurant les ordonnés à une autre échelle, la vitesse du piston en fonction de l'angle, ou encore, si on change la signification et l'échelle des abscisses, la dé-

Digitized by Google

pense d'eau en fonction du temps. La surface du diagramme représente, ou le travail pour un tour, ou la dépense d'eau pour la même période.

106. — *Dimensions des réservoirs d'air.* — Supposons que le réservoir d'air soit assez grand pour qu'on puisse considérer comme constant l'afflux du liquide immédiatement avant le réservoir; la dépense de la conduite sera constante, et, si on la représente par l'ordonnée M_0E (fig. 114), on devra avoir, d'après la signification donnée au diagramme :

$$M_0\,E\,L\,M_0 = M_0\,A'\,M_1\,B'\,M_0$$

Pendant la révolution, à compter du point *f*, le débit du moteur dépasse celui de la conduite jusqu'au moment correspondant au point *g*; l'inverse a lieu de *g* en *h*, etc...; l'eau s'emmagasine dans le réservoir, dans le voisinage des points morts, pour en sortir au moment où la vitesse du piston est grande.

Les variations maxima de pression dans le réservoir correspondent à l'entrée du volume représenté par GM_1H; on peut donc dire que la variation de la pression dans le réservoir, rapportée à la pression moyenne, sera dans le rapport du volume qui vient d'être indiqué au volume moyen de l'air contenu dans le réservoir [1].

Dans le moteur Schmid, le volume d'air moyen du réservoir est égal à trois fois environ le volume du cylindre, ce qui, pour la machine à cylindre unique, correspond à une variation de pression assez modérée $\left(\frac{1}{10}\text{ environ}\right)$ dans le réservoir.

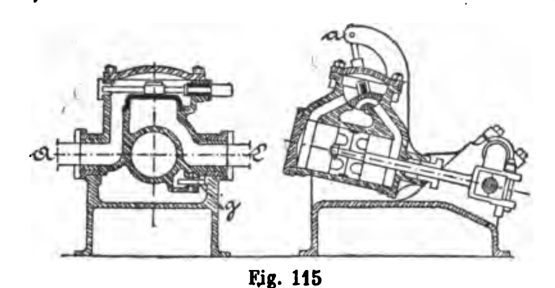


Fig. 115

107. — Le moteur à cylindre oscillant peut donner lieu à bien des systèmes différents; la figure 115 représente en section transversale,

1. La méthode exposée au 7e fascicule, pour le calcul des réservoirs d'air des pompes, est entièrement applicable ici.

Digitized by Google

et, en section longitudinale par l'axe du cylindre, le moteur ***Mégy;*** celui-ci comporte un tiroir de distribution manœuvré par le mouvement que prend le cylindre relativement au point fixe *a*. Les tourillons A, E, servent à conduire l'eau d'admission et celle d'échappement; par suite de la différence de pression qui règne dans ces deux conduits, le cylindre est soumis à une poussée latérale que l'on équilibre au moyen du galet *g*.

108. — *Machines Armstrong.* — Construits pour de très fortes pressions, ces moteurs ont souvent des pistons de petit diamètre, pour lesquels on substitue avec avantage le plongeur au piston plein, mais le fonctionnement est alors à simple effet; pour obtenir une régularité suffisante du moment, il faut conjuguer deux machines sur des coudes opposés, ou trois machines sur des coudes espacés de 120°. La distribution se fait quelquefois par des tiroirs commandés par un pivot excentré, placé sur l'un des tourillons du cylindre [1]; mais, plus souvent, le tourillon sert lui-même d'organe de distribution; cette disposition convient pour de faibles vitesses de rotation, parce que, dans ce cas, les lumières peuvent avoir une section rétrécie, et il est possible de les pratiquer dans un tourillon de petit diamètre.

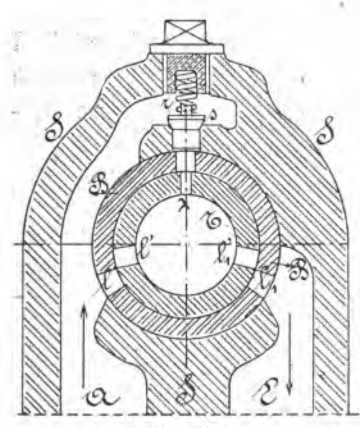


Fig. 116

La figure 116 représente le tourillon d'un moteur à simple effet; le cylindre est supposé à l'un de ses points morts.

S est le support fixe du tourillon; A et E sont les tubulures de prise d'eau et d'échappement;

B est une bague en métal dur, serrée dans la pièce précédente; les lumières l, l_1, y sont pratiquées.

La pièce centrale T est le tourillon du cylindre; l'admission et l'échappement s'opèrent par les lumières l' l'_1, lors de leur coïncidence avec les lumières fixes l, l_1.

La position représentée sur la figure est celle pour laquelle l'admission va s'ouvrir et l'échappement vient de se fermer, ou ***vice versa;***

1. Callon. — Cours de Machines, pl. XXVI.

Digitized by Google

pour éviter les accidents dus à l'incompressibilité de l'eau (90), une troisième lumière λ, fermée par la soupape *s*, est pratiquée à travers le tourillon; si, pour une cause due au dérangement ou à l'usure, il se produisait un léger retard à l'échappement, la soupape *s* donnerait issue à l'eau emprisonnée dans le cylindre, qui retournerait dans la conduite d'admission.

Il faut remarquer que la soupape ne doit pas être chargée comme le serait une soupape de sûreté ordinaire, puisque la pression de la conduite la maintient fermée. Le ressort *r* ne sert qu'à assurer sa chute lorsqu'elle a fonctionné; la lumière λ, qui est mobile avec le tourillon, ne vient se placer sous la soupape que lorsque le piston est au point mort; la coïncidence serait d'ailleurs inutile pour d'autres positions.

Les figures 117 et 118 sont relatives à une machine à double effet, à piston mixte [1]; sur la face annulaire du piston, s'exerce, d'une manière

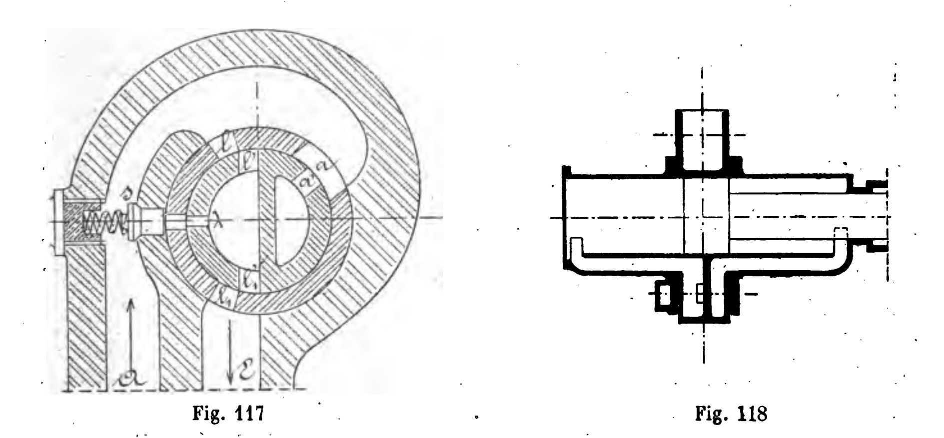


Fig. 117 Fig. 118

permanente, la pression motrice; sur la face de gauche, au contraire le fluide est distribué comme dans le moteur à simple effet; il en résulte que les efforts s'exerçant dans les deux sens sont égaux, à la condition que la section de la tige soit égale à la moitié de celle du cylindre. Dans la figure 117, on remarque les conduits A et E d'admission et d'échappement, les lumières l' et l'_1 pratiquées dans le tourillon oscillant, pour l'introduction et l'évacuation de l'eau, la lumière λ, servant d'accès à la

1. Ce moteur équivaut, comme mode d'action, à la pompe Armstrong à piston différentiel (7e fascicule).

Digitized by Google

soupape de choc *s*, dont la fonction a été déjà expliquée, enfin la lumière mobile *a'*, par laquelle la face annulaire du piston est mise en communication avec l'eau motrice, et qui, grâce à l'élargissement de la lumière *a*, pratiquée dans la bague fixe, n'est recouverte à aucun moment. Le tourillon est divisé longitudinalement, par une cloison, en deux compartiments isolés.

§ IV.

RÉGLAGE DES MACHINES A COLONNE D'EAU

109. — Le volume dépensé par course est proportionnel à l'espace parcouru par le piston; à pression motrice égale, le travail par tour de ces machines reste constant; comme il est impossible, dans les systèmes étudiés jusqu'ici, d'agir sur la durée de l'admission, qui doit se faire à pleine course, il n'y a d'autre moyen, pour obtenir l'égalité entre les travaux moteurs et résistants par tour, égalité qui caractérise tout mouvement périodique, que de réduire la pression par une perte de charge, ce qui est défectueux en principe, dans tous les cas où l'eau doit être économisée.

Le seul procédé qui échappe à l'inconvénient ci-dessus consiste, lorsque le travail des résistances par tour varie (donc le couple qu'elles forment), de modifier la liaison entre le moteur et l'opérateur; on arrive ainsi, en agissant sur le rapport des vitesses de la puissance et de la résistance, à maintenir l'égalité entre les travaux de ces forces, et à conserver plus ou moins le régime.

Ce principe est appliqué dans quelques appareils de levage; il proportionne la dépense d'eau au travail à effectuer, et laisse au rendement une valeur qui serait constante, si la part proportionnelle des fuites et des frottements était la même; toutefois, le mécanisme doit être automatique, et ne pas exiger l'intervention de l'homme, et, à ce point de vue, le procédé sommaire, qui consiste à employer des pistons multiples emboîtés l'un dans l'autre, de manière à faire varier la section, ne peut être considéré comme une véritable solution du problème.

110. — *Machine de Hastie.* — Le système de M. John Hastie ([1]), de

1. *Engineering.* — 1878, 2e sem., p. 371, et 1885, 1er sem., p. 477.
Knoke. — Ouvrage cité, p. 51.

Digitized by Google

Greenock, est employé dans les machines à rotation; celles-ci sont accouplées sur un même bouton de manivelle dans des directions formant un angle droit, de manière à éviter les points morts; le rayon de la manivelle augmente ou diminue automatiquement avec la résistance.

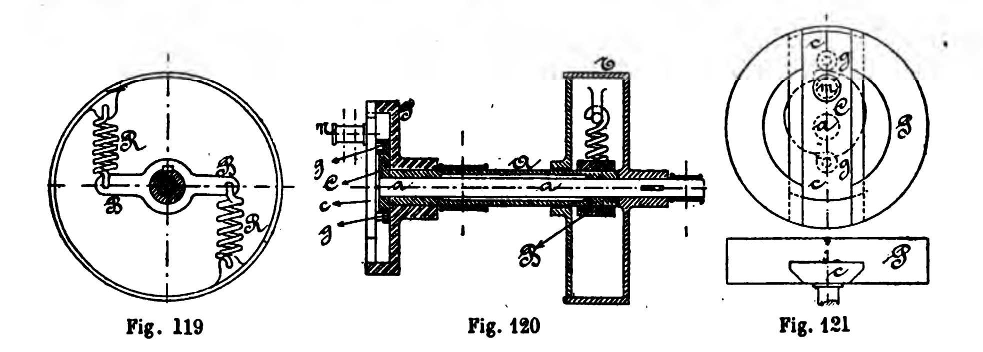


Fig. 119 Fig. 120 Fig. 121

A cette fin, l'arbre A (fig. 119, 120, 121), sur lequel est calé le plateau-manivelle P, est lié à la résistance d'une manière indirecte, par exemple, au moyen des bras B et des ressorts R; toute variation de la résistance est accompagnée d'une rotation relative du tambour T et de l'arbre A; le tambour T, qui porte la courroie motrice, ou actionne la résistance, entraîne un arbre central *aa*, sur lequel il est claveté, et qui, au moyen de la came C, agit sur les galets *g*, *g*, qui déplacent, dans les rainures du plateau-manivelle, le coulisseau *c* qui porte le bouton. La came C présente deux profils, qui agissent, l'un pour écarter du centre le coulisseau lorsque, par une augmentation de la résistance, l'arbre A prend de l'avance sur le petit arbre central *a*, et dont l'autre opère d'une manière inverse.

Pour régler le moteur, il suffit de faire en sorte que, pour une charge nulle, le rayon de manivelle soit suffisant pour faire tourner la machine à vide, et que, pour la charge maximum, ce rayon soit égal à la moitié de la course complète du piston. Entre ces deux positions, la flèche des ressorts étant sensiblement proportionnelle à la charge, la came peut recevoir une forme en spirale. En réalité, le système d'entraînement que nous avons adopté, pour la facilité de l'explication, est remplacé par des organes équivalents, mais qui donnent à la rotation relative des pièces *a*, A une amplitude plus grande. Cette condition est indispensable pour obtenir une came à profil convenable.

Digitized by Google

D'après une expérience rapportée par M. W.-R. Kinipple, la dépense d'eau du moteur Hastie, pour des travaux variant dans le rapport de 1 à 3, s'est élevée du simple au double, ce qui montre une augmentation de rendement dans le même sens que celle de la charge, et doit tenir, vraisemblablement, à ce que la part des fuites et des frottements est relativement plus grande lorsque la machine effectue peu de travail (1).

111. — *Moteur de Hoppe* (2). — Ce moteur comprend deux cylindres à simple effet, dont les pistons attaquent le même arbre. Le distributeur est un piston *p* (fig. 122), actionné par un excentrique calé à angle droit sur la manivelle; il est représenté au milieu de sa course au moment où il intercepte la lumière par laquelle l'eau d'admission peut se rendre du conduit A dans le cylindre, et qui livre passage aussi à l'eau qui s'échappe vers le conduit E. Le piston distributeur présente exactement la même longueur que la lumière, supposée pour le moment fixe.

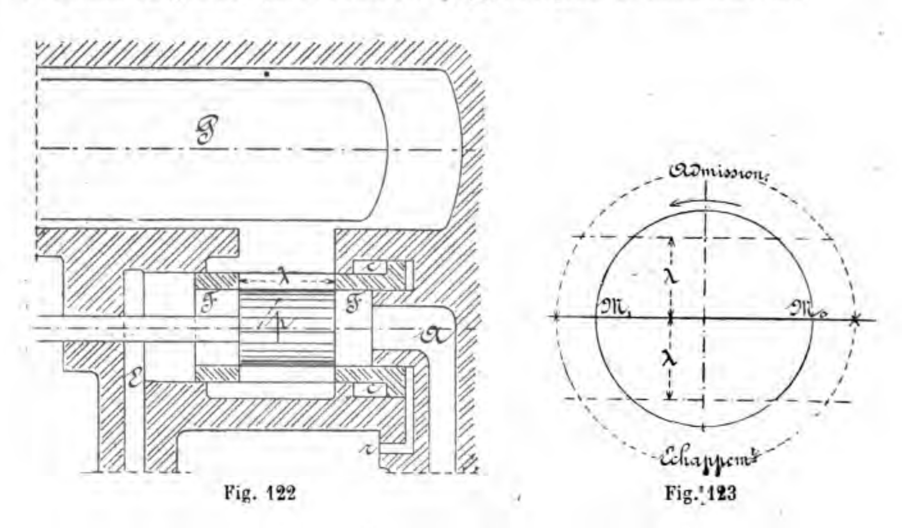


Fig. 122 Fig. 123

Dans ces conditions, si l'on considère comme négligeable l'obliquité de la bielle et de la barre d'excentrique, l'épure de distribution est celle de la figure 123; le mouvement de la manivelle étant compté suivant la

1. Voir une disposition fort ingénieuse de moteur à dépense variable, par M. Arthur Rigg. — *Engineering*, 1888, 1er sem., p. 59.
2. Revue technique de l'Exposition universelle de 1889. — 7e partie, p. 64, pl. 21-22.

Digitized by Google

direction de la flèche, les déplacements du piston sont mesurés sur la ligne M_0M_1; les écarts du tiroir de part et d'autre de la position moyenne sont fournis (puisque les recouvrements sont nuls), par des ordonnées verticales de la circonférence, évaluées au moyen d'une échelle convenable, et comptées à partir du diamètre M_0M_1; l'excentricité peut être plus grande que la largeur λ des lumières, comme dans l'épure, mais, quoi qu'il en soit, l'admission et l'échappement ont lieu pendant toute la course directe ou rétrograde du piston.

Jusqu'ici, la distribution décrite est celle de toute machine à colonne d'eau à rotation, mais la lumière sur laquelle se meut le distributeur est pratiquée dans un fourreau mobile, F, qui peut se déplacer à volonté vers l'avant; ainsi, dans la figure 124, sans rien changer à la position du piston P, ni, par conséquent, à celle du distributeur *p*, le fourreau a été déplacé, vers l'avant, de la quantité *e*; pour obtenir les phases

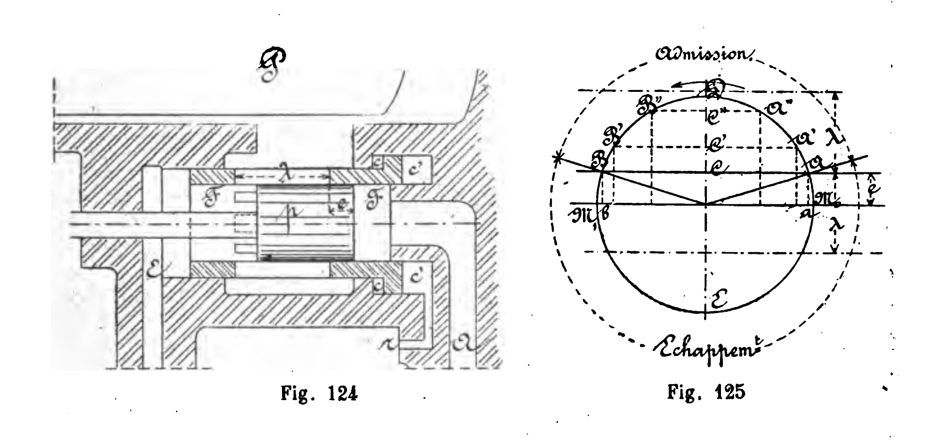


Fig. 124 Fig. 125

de la distribution, nous devrons remarquer, (fig. 125), que ce recouvrement *e* doit être déduit des écarts du distributeur en ce qui concerne l'admission, et ajouté à ces écarts en ce qui concerne l'échappement. L'introduction dans le cylindre correspond, par conséquent, au parcours ADB du bouton de manivelle, tandis que la communication avec l'échappement s'établit pendant tout le parcours BEA.

Dans le cylindre, les phases suivantes se succèdent par conséquent pendant une double course de piston :

Digitized by Google

Course directe :
- Parcours $M_0 a$: aspiration, dans le cylindre, de l'eau du tuyau d'échappement.
- Parcours ab : introduction de l'eau d'admission.
- Parcours bM_1 : aspiration, dans le cylindre, de l'eau d'échappement.

Course rétrograde : Échappement pendant toute la course $M_1 M_0$.

Le caractère le plus saillant de cette distribution est que l'introduction de l'eau a lieu pendant le parcours *ab* seulement, et non pendant toute la course ; en augmentant *e*, la ligne AB se transporte en A'B', A"B", etc., et la période d'introduction diminue; il est vrai que le passage réservé pour l'admission s'étrangle de plus en plus (le maximum de l'ouverture correspond au moment où le piston est au milieu de sa course et est égal aux ouvertures CD, C'D, C"D etc.); les périodes M_0a, bM_1, pendant lesquelles il y a rentrée d'eau dans le cylindre, prennent aussi de plus en plus d'importance.

La position du fourreau F est réglée automatiquement d'après la vitesse que prend le moteur; pour permettre à un régulateur de puissance modérée d'opérer le déplacement du fourreau, celui-ci forme piston annulaire à son extrémité ; la face de gauche est toujours, par la chambre *c*, en relation avec l'introduction ; la face terminale, au contraire, communique soit avec l'échappement, soit avec l'admission ; à cette fin, un très petit tiroir, *manœuvré par le régulateur*, met le conduit *r* en communication soit avec l'admission, soit avec la décharge ; toutefois, si l'on se bornait à ces organes, le fourreau F serait toujours poussé à fond de course dans un sens ou dans l'autre, par suite de la variation de vitesse la plus légère; aussi le fourreau mobile, au moyen d'une liaison non représentée sur la figure, ramène constamment le petit tiroir à la fermeture.

En un mot le système constitue un *servo-moteur* complet, analogue à ceux qu'on emploie dans les machines auxiliaires de la navigation.

Observation. — Le moteur de Hoppe présente, pour la première fois, cette particularité hardie, que le mouvement des colonnes, au lieu de commencer ou de finir aux points morts, positions pour lesquelles la vitesse est nulle, s'établit et s'arrête au moment où la vitesse présente une valeur finie; l'emploi de grands réservoirs d'air, placés aussi près que possible du cylindre, est indispensable, encore ne peuvent-ils remédier complètement au défaut de principe du moteur, car, si faible que

Digitized by Google

soit la masse comprise entre ces réservoirs et le piston, aucune force n'est capable de lui communiquer instantanément une vitesse finie.

112. — *Moteur à admission d'air de M. Coque* (1). — Un petit moteur exposé en 1867 à Paris, ayant, par ses dispositions extérieures, une certaine ressemblance avec une machine à vapeur, présente dans sa distribution les particularités suivantes : l'admission sur chaque face du piston se produit avec un certain retard, par un orifice spécial, qui reste ouvert jusqu'à la fin de la course ; l'échappement se fait par une soupape soulevée pendant toute la course ; au commencement de la course suivante, pendant le retard qui précède l'admission, la soupape d'échappement située du côté de la face motrice se soulève automatiquement pour laisser entrer un peu d'air qui fait coussin au moment de l'introduction, et empêche les chocs de se produire.

Un moteur de ce genre, expérimenté au Conservatoire des Arts et Métiers, sous une chute variant de $3^m,36$ à $12^m,33$, a donné au frein un rendement qui s'est élevé de 0,265 à 0,637 pour une vitesse de 50 tours par minute environ ; le diamètre et la course du piston étaient de 31 et 162 millimètres respectivement ; bien que de puissance insignifiante, ce moteur a donné un résultat très satisfaisant pour la pression très faible sous laquelle il a été expérimenté.

Il semble que l'admission d'air a surtout été employée par M. Coque dans le but d'éviter les coups de bélier, et que la marche à détente, déjà indiquée et peut-être mise en pratique, n'a pas été le principal objectif de l'inventeur.

113. — *Machine de Mayer à admission d'air, fonctionnant par détente.* — Cette machine était exposée à Vienne en 1873, son emploi s'est répandu ; elle est pourvue d'un régulateur à force centrifuge qui agit, comme dans les machines à vapeur, sur la durée de l'introduction.

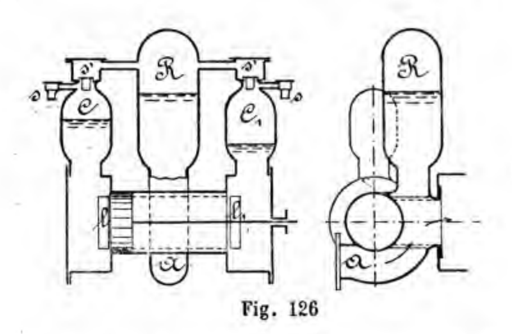
Le cylindre, représenté en schéma (fig. 126 et 127), est à double effet, et comporte deux chambres à air C, C_1 ; les lumières d'introduction et d'échappement de l'eau sont en l et l_1. Considérons seulement la face d'arrière (ou de gauche) du piston, le mode de fonctionnement normal est le suivant :

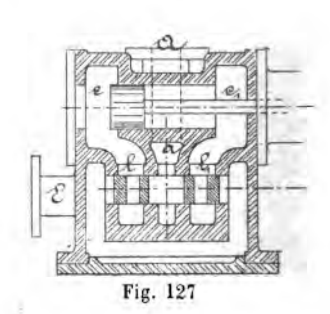
L'admission s'ouvre au commencement de la course ; l'air de la cham-

1. Portefeuille des Machines d'Oppermann. — 1867, p. 77, pl. 26.

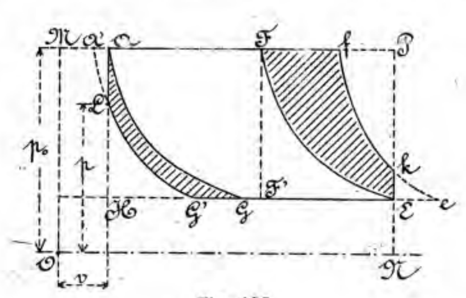
Digitized by Google

bre C a déjà été comprimé à la pression d'admission par un refoulement antérieur; la machine se comporte d'abord comme si l'air n'existait pas, et la pression, si l'on ne tient pas compte des forces d'inertie, reste constante pendant l'introduction; l'admission se termine avant la fin de


Fig. 126


Fig. 127

la course, et, à partir de ce moment, l'air de la chambre C se détend comme s'il était seul; l'eau emprisonnée ayant un volume constant, la dilatation de l'air correspond au volume engendré par le piston, la pression diminue pour devenir, à la fin de la course, égale à la pression d'échappement qui est celle de l'atmosphère ou peu s'en faut. Pendant la course rétrograde, la lumière l s'ouvre, et l'eau s'échappe, mais la fermeture s'opère avant la fin de la course, et le piston comprime l'air de la chambre C, de manière à ramener son volume à ce qu'il était à l'origine. La loi des pressions en fonction du volume ou de l'espace engendré par le piston se traduit par le diagramme de la figure 128; v est le volume de l'air comprimé dans la chambre C à l'origine de la course, AF le volume d'eau admis sous la pression absolue p_0, FE la loi de détente du volume d'air v, EG, le volume engendré par le piston pendant l'échappement de l'eau, GA, la loi de compression de l'air jusqu'au moment où le piston est revenu au point mort.


Fig. 128

On peut admettre que l'air détendu ou comprimé au contact de grandes surfaces liquides obéit à la loi de Mariotte; en ce cas, les courbes FE,

Digitized by Google

AG, sont des arcs identiques; le travail produit sur la face considérée pendant une révolution est représenté par la surface AFEG, ou par AFF'H, qui lui est équivalente. Au point de vue de la quantité d'eau dépensée relativement au travail produit, la machine se comporte comme si elle ne renfermait pas d'air, et présente seulement l'avantage de pouvoir fonctionner sans chocs à une vitesse considérable [1].

Le diagramme idéal AFEG, entraine, comme condition nécessaire :

$$HG = F'E$$

c'est-à-dire que la période de compression doit être égale à celle de détente.

Le système de distribution employé consiste en une coulisse de Stephenson, suspendue au manchon d'un fort régulateur à force centrifuge; la durée de l'échappement augmente et diminue avec celle de l'admission ; le tiroir de distribution (fig. 127) diffère peu de celui d'une machine à vapeur ; il est équilibré, l'admission se fait par la lumière centrale *a*, et les arêtes intérieures du tiroir; l'échappement s'opère par les arêtes extérieures, et le tuyau d'évacuation E vient se greffer sur la chapelle.

Considérons le cas où l'introduction est supérieure à AF, et se prolonge jusqu'au point *f* (fig. 128); supposons que l'on diminue la quantité d'air contenue dans la chambre C, la courbe de détente est alors *fk*; au moment où l'échappement s'ouvre, l'air se détend jusqu'à la pression atmosphérique, en chassant un volume d'eau égal à E*e*; le volume expulsé jusqu'au moment de la fermeture G' est donc

$$Ee + EG' = G'e$$

Lorsque le régime est établi, si l'on admet que la chambre C soit assez grande pour que l'air ne puisse s'échapper par la lumière à la suite de l'abaissement du niveau, le volume G'*e* doit être égal à celui de l'introduction. La compression finale s'opère suivant la loi G'L; mais lorsque le piston est à l'extrémité de sa course, l'admission s'ouvre, et l'eau ramène brusquement la pression p de la chambre, à la valeur p_o; une certaine quantité d'eau x pénètre donc dans la chambre. On doit avoir du reste, en vertu de la loi de Mariotte :

$$(v - x)\, p_o = (v + HG')\, p_a$$

1. Certains petits moteurs atteignent la vitesse de 400 tours par minute.

Digitized by Google

D'ailleurs, *fe*, loi de détente du volume MA', est nécessairement identique à A'G', c'est-à-dire que

$$A'f = G'e$$

ce qui exprime l'égalité, déjà annoncée, entre le volume d'eau dépensé par course et le volume expulsé.

Le travail obtenu pour une face du piston est supérieur à celui du fonctionnement normal, de toute la surface qui, dans le diagramme, est recouverte de hachures, mais la dépense d'eau est augmentée, et les triangles curvilignes ALA', K*e*E constituent des pertes de travail, attendu que le volume A'*f*, dans une machine ordinaire, ou dans le fonctionnement normal examiné en premier lieu, doit produire un travail égal à A'*fe*G'.

On pourrait chercher la valeur de MA' qui réduit les pertes au minimum, mais, pratiquement, ce volume reste constant quelle que soit l'introduction; on reconnaît alors que les courbes *fe*, A'G', sont identiques à FE, et par conséquent, à AG. Il conviendrait donc, pour réduire la perte d'eau au minimum, de commencer la compression en G.

Enfin, examinons le cas où l'introduction est plus petite que AF. Le fonctionnement des soupapes *s*, *s'*, jusqu'ici immobiles, va entrer en ligne de compte; la soupape *s* s'ouvre de l'extérieur vers l'intérieur lorsque la pression dans la chambre C devient inférieure à la pression atmosphérique; la soupape *s'*, qui s'ouvre de la chambre C dans la boule d'air R établie sur la conduite de prise d'eau, au-dessus de la poche *a*, se soulève lorsque la pression de la chambre est supérieure à la pression d'admission.

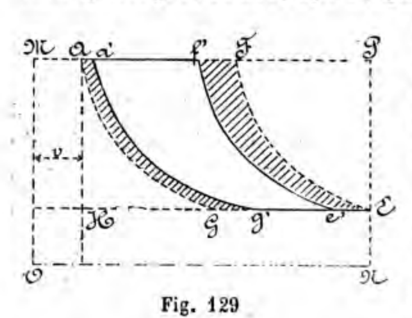


Fig. 129

Soit A*f'*, (fig. 129), la période d'admission déterminée par l'organe de distribution, *f'e'* la courbe de détente; à partir de la position *e'*, la soupape *s* s'ouvre et le piston aspire, pendant la course directe, le volume d'air *e'*E; puis, l'échappement commence, pour s'arrêter en *g'*; l'air est comprimé et atteint la pression d'admission avant que le piston soit revenu au commencement de sa course; le volume d'air *a'*A s'échappe alors par la soupape *s'*, il reste finalement

Digitized by Google

dans la chambre, le volume v à la pression p. Le volume d'eau introduit par course est Af', on doit donc avoir

$$Af' = Eg'.$$

$f'e'$, courbe de détente d'un volume d'air v, à la tension p, doit être identique à la courbe AG, on a donc :

$$Af' = Ge'$$

D'où

$$Ge' = Eg'$$

et

$$g'G = Ee'$$

La courbe $g'a'$ est la loi de compression du volume d'air $v + Hg'$, c'est-à-dire du volume de l'air aspiré, augmenté de celui qui, porté à la pression p, occupera le volume v. L'appareil fonctionne donc en partie comme moteur, en partie comme un compresseur d'air qui aspire à chaque course le volume Ee'.

Le travail obtenu est moindre que le travail normal, de toute la surface couverte de hachures ; mais il est inférieur à la puissance absolue du volume d'eau dépensé, laquelle correspondrait au travail $Af'e'G$. Le travail $Aa'g'G$ constitue donc une perte pour le moteur. Il est vrai que le volume d'air Aa', à la pression p, est refoulé au réservoir R, ce qui est utile pour remplacer l'air qui se dissout peu à peu, mais pour un fonctionnement prolongé à faible introduction, cette quantité d'air dépasserait de beaucoup les besoins.

L'introduction n'est variable, dans le moteur Mayer, qu'entre certaines limites qui paraissent suffisantes pour la plupart des applications. La figure 130 donne (1) quelques reproductions de courbes d'indicateur, qui justifient plus ou moins les prévisions théoriques développées plus haut, il faut du reste observer que la coulisse de Stephenson ne permet d'atteindre que d'une manière approximative les conditions énoncées pour la marche aux différentes introductions.

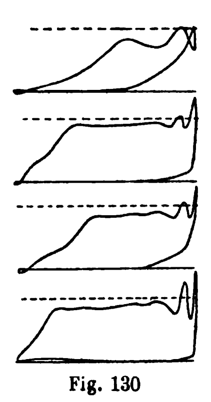


Fig. 130

114. — Les causes principales qui tendent à diminuer le rendement des machines à colonne d'eau sont les fuites aux distributeurs, ainsi

1. D'après Engineering, 1880, 2e sem., p. 209 et 211. — Voir aussi *Knoke*, ouvrage cité, et *Praktische M. C.*, 1875, p. 126; 1882, p. 467

Digitized by Google

que les fuites et le frottement du piston ; elles acquièrent une importance relative plus grande pour les pistons de faible diamètre, attendu qu'elles sont proportionnelles à des périmètres, tandis que le volume dépensé varie, à vitesse égale de piston, comme le carré d'une dimension. Le frottement, indépendant de la pression, n'est affecté que par l'état de la garniture; il peut devenir très faible. Knoke rapporte qu'au concours de Zurich, le moteur Schmid fonctionnait à vide à 60 révolutions par minute, sous une colonne motrice d'un mètre de hauteur.

Digitized by Google

TROISIÈME PARTIE

RÉCEPTEURS PNEUMATIQUES

115. — Cette classe de récepteurs comprend les appareils servant à recueillir l'action du vent (¹), et présente une certaine analogie avec les moteurs hydrauliques ; pour ces deux genres de machines, la source première du travail est la chaleur solaire, et le fluide ne sert que de véhicule à l'action motrice. Toutefois, les moulins à vent, étant forcément plongés dans le milieu dont on doit recueillir l'action, l'air ne saurait agir par son poids ; les moteurs à colonne d'air n'existent pas davantage ; les machines qui nous occupent appartiennent donc toutes au genre des roues, ou des turbines actionnées par un *courant*.

La faible masse de l'air, comparée à celle de l'eau, fait qu'à vitesse et à volume égaux, la réaction produite par l'air est beaucoup plus faible, et que, pour réaliser des moulins à vent d'une certaine puissance, il est nécessaire d'employer des surfaces d'ailes considérables, même avec des courants aériens rapides. Néanmoins, comme l'emplacement des moulins n'est pas imposé d'une manière absolue, et qu'ils n'exigent aucun ouvrage préalable important, on conçoit qu'ils puissent rendre des services, dans tous les cas où la continuité du travail n'est pas indispensable, et où la puissance est limitée (²).

Les moulins à vent sont à arbre vertical (³), ou à arbre horizontal ou légèrement incliné ; nous n'étudierons que ces derniers, les seuls qui soient réellement répandus.

1. Nous ne rangerons donc pas, dans cette catégorie, les moteurs dépendant des conduites d'air comprimé ou raréfié des distributions de force à distance.
2. D'après Rühlmann, t. I, p. 455, les moulins à vent seraient originaires d'Europe; l'opinion d'après laquelle ils auraient été importés d'Orient, au temps des Croisades, est très contestable.
3. *Praktische Maschinen Construkteur*, 1873, p. 92; 1879, p. 421; pl. 82.

Digitized by Google

116. — *Pression exercée par le vent sur une surface frappée obliquement.* — Pour résoudre cette question, considérons d'abord le cas où une veine de section normale limitée, Ω (fig. 131), rencontre sous un certain angle un plan indéfini ; soit V la vitesse du courant.

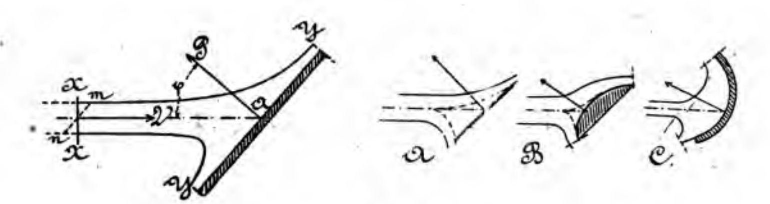


Fig. 131

Appliquons à la portion comprise entre les sections XX,YY, le principe des quantités de mouvement projetées sur la normale au plan. La section XX est choisie en un point où les filets sont parallèles ; la section par le cylindre Y est menée assez loin du point A pour que les filets, lorsqu'ils la traversent, aient une direction sensiblement parallèle au plan.

Toute la masse est soumise à la pression atmosphérique, sauf sur la surface de contact avec le plan ; mais celui-ci recevant cette pression sur la face opposée, l'action de la veine sur le plan peut être décomposée en deux parties, d'abord une force égale et opposée à celle de la pression atmosphérique agissant sur la face postérieure, en second lieu une force égale et contraire à P, qui représente la poussée *effective* sur le plan, et qui ne peut être combattue que par un obstacle contre lequel il s'appuyerait.

On voit que la pression atmosphérique n'exercera aucun effet, et que la réaction du plan, égale à P, est la seule force extérieure dont il y ait lieu de considérer l'impulsion.

On trouve pour l'accroissement, pendant le temps *dt*, de la quantité de mouvement projetée sur la normale au plan :

$$-\frac{\Pi}{g}\,\Omega\,V dt \times V \cos\varphi$$

et pour l'impulsion projetée de la réaction :

$$-P\,dt$$

Digitized by Google

D'où :

$$P = \frac{\Pi}{g} \Omega V^2 \cos \varphi$$

Soit Ω' la section *mn* de la veine parallèle au plan, on a :

$$\Omega = \Omega' \cos \varphi$$

et

$$P = \frac{\Pi}{g} \Omega' V^2 \cos^2 \varphi$$

Lorsque la veine est normale au plan, $\varphi = o$, $\Omega' = \Omega$ et :

$$P = \frac{\Pi}{g} \Omega V^2$$

Lorsque l'obstacle, au lieu d'être indéfini, présente une surface limitée (fig. 131, A), les filets, au moment où ils arrivent au bord du plan, possèdent encore une certaine quantité de mouvement dans le sens de la normale ; la réaction est moindre que dans le premier cas, et on pourrait l'obtenir en affectant la valeur de P d'un certain coefficient inférieur à l'unité, et dont la valeur dépend de l'étendue du plan, relativement à la section Ω'; on obtiendrait un résultat analogue si la surface était convexe (fig. 131, B).

Par contre, si la surface est concave (fig. 131, C), le fluide acquiert, à la sortie, une quantité de mouvement dont la projection est négative, et la réaction est augmentée d'autant ; on pourra encore obtenir la pression, en affectant P d'un coefficient dont la valeur est ici plus grande que l'unité, et qui dépend de la forme de la surface frappée.

L'aile d'un récepteur exposé au vent ne peut être assimilée à aucun des trois cas précédents, car la section de la veine fluide est illimitée, tandis que la surface rencontrée à une étendue restreinte; néanmoins, on peut isoler, dans la masse indéfinie de fluide (fig. 132), les filets qui sont déviés par l'obstacle *mn*, et observer que la section XX, de la veine ainsi obtenue, est un multiple

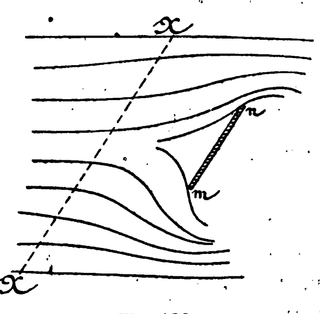


Fig. 132

Digitized by Google

déterminé de la surface s rencontrée, multiple qui, dans les mêmes circonstances, reprendra toujours la même valeur.

On obtient donc la pression cherchée, en remplaçant, dans la formule plus haut, la section Ω' par la section s du plan, et en l'affectant d'un coefficient K, à déterminer par l'expérience pour un cas analogue; on trouve ainsi :

$$P = K \frac{\Pi}{g} s V^2 \cos^2 \varphi$$

qui, pour $\varphi = o$, prend la forme :

$$P = K \frac{\Pi}{g} s V^2$$

Telle est la formule généralement admise, que l'on écrit souvent :

$$P = 2 K \frac{\Pi}{2g} s V^2$$

La valeur 2K varie suivant l'étendue du plan, évaluée en m^2, entre 1,86 et 3. Pour l'air atmosphérique, à la température $t°$ centigrade et sous la pression barométrique H, en millimètres de mercure, on a :

$$\Pi = 1{,}293 \frac{273}{273 + t} \frac{H}{760}$$

Mais on peut simplement admettre un chiffre rond, à cause de l'incertitude que présente la valeur de K; si l'on fait $\Pi = 1.293$ et

$$2 K = 1{,}86$$

on trouve :

$$P = 0{,}122 \, s V^2$$

Hutton prend au lieu de s, la valeur $s^{1,1}$.

M. Ferrel (1) établit la formule suivante, d'accord avec celle proposée par M. Goupil (2).

$$P = 0{,}0622 \, s V^2$$

1. *American meteorological Journal*, cité par la *Revue scientifique* du 21 janvier 1888. — Voir aussi la formule de Crosby, dans le 1er fascicule du présent ouvrage, nº 84. — Note.
2. Haton de la Goupillière. — Cours de Machines, p. 556-558.

Digitized by Google

qui donne des chiffres moitié moindres que celle généralement employée, tandis que la formule du *Board of Trade* anglais donne des pressions doubles. Ces désaccords n'ont rien qui doive étonner, si l'on se reporte à l'origine du coefficient K, qui diffère avec la grandeur absolue et la forme de la surface sur laquelle on opère.

Le tableau des pressions du vent, donné par d'Aubuisson, complété par quelques chiffres, et reproduit dans la plupart des ouvrages pratiques, est le suivant, il répond à la formule :

$$P = 0,135\, s\, V^2$$

Tableau des pressions du vent.

V EN MÈTRES par seconde	P EN KILOGRAMMES par mètre carré	OBSERVATIONS
1. . .	0,13	A peine sensible.
2. . . .	0,54	Légère brise.
4. . . .	2,17	Vent frais.
6. . . .	4,87	Fait porter les voiles.
7. . . .	6,46	Convenable pour les moulins.
9. . . .	10,97	Bonne brise pour voiliers.
10. . . .	13,54	Très forte brise.
12. . . .	19,50 . .	Fait serrer les hautes voiles.
15. . . .	30,47	Vent très fort.
20. . .	54,16	
24. . . .	78,00	Tempête.
30. . . .	121,88	
45. . ,	274,23	Grand ouragan.

117. — *Cas où le plan, au lieu d'être immobile, est animé d'une certaine vitesse v.* — Le choc est le même que si l'aile était immobile, le courant étant animé de la vitesse relative w (fig. 133) ; car pour un observateur participant au mouvement du plan [1] les choses se passent

1. Une flamme, hissée à la pomme du mât d'un navire, prend la direction de w, qui représente le *vent apparent;* celui-ci se confond avec le vent vrai lorsque le navire est immobile.

Digitized by Google

comme si la vitesse V avait subi la déviation qui la transforme en la vitesse relative w.

Soit φ' l'angle formé par w avec la normale, la pression sera :

$$p = K \frac{\Pi}{g} s\, w^2 \cos^2 \varphi'$$

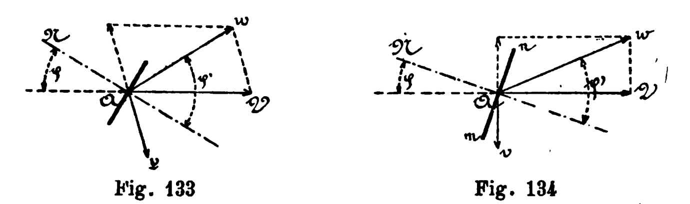


Fig. 133 Fig. 134

118. — *Travail recueilli sur l'élément de l'aile d'un moulin.* — Considérons la section $m\,n$ (fig. 134), faite par un plan mené parallèlement à l'axe de rotation, et perpendiculaire au rayon r passant par le point milieu de la section ; l'élément infiniment petit, de largeur dr, peut être considéré comme un plan ; en conservant toutes les notations qui précèdent, et en appelant b la dimension $m\ n$, et ω la vitesse angulaire, on a :

$$v = \omega r$$

et

$$w \cos \varphi' = V \cos \varphi - \omega r \sin \varphi .$$

La pression normale sur l'élément bdr est donc :

$$K \frac{\Pi}{g} b dr (V \cos \varphi - \omega r \sin \varphi)^2$$

Pour obtenir le travail dû à cette force, il faut faire le produit de sa projection sur la vitesse d'entraînement, par cette vitesse, ce qui donne, en appelant dT le travail élémentaire :

$$d T = K \frac{\Pi}{g} b dr (V \cos \varphi - \omega r \sin \varphi)^2 \omega r \sin \varphi$$

Dans cette expression, b est constant ou est une fonction simple et connue du rayon ; si l'on donne de même l'expression de φ en fonction

Digitized by Google

de r, la surface de l'aile est complètement définie, et l'on peut obtenir la valeur de T par l'intégration ; le travail sera fonction de ω.

119. — On peut aussi se proposer de rechercher quelle doit être, en chaque point du rayon, la valeur de φ pour que, ω étant fixé, le travail recueilli soit maximum. On résout cette question de maximum d'une valeur intégrale sans avoir recours au calcul des variations, puisque la valeur de dT ne contient pas les dérivées de φ par rapport à r, et qu'on peut se borner à faire la recherche pour chaque élément en particulier, on écrira donc :

$$\frac{d\,(d\mathrm{T})}{d\varphi} = 0$$

en considérant r comme constant, ce qui donne :

$$(\mathrm{V}\cos\varphi - \omega r\sin\varphi)\left[(\mathrm{V}\cos\varphi - \omega r\sin\varphi)\cos\varphi - 2\,(\mathrm{V}\sin\varphi + \omega r\cos\varphi)\sin\varphi\right] = 0$$

Nous pouvons diviser par le facteur :

$$\mathrm{V}\cos\varphi - \omega r\sin\varphi$$

lequel est différent de zéro, car, sinon, la vitesse relative w serait tangente à l'élément, et le travail serait nul. En opérant les simplifications, il vient :

$$\mathrm{tg}^2\varphi + \frac{3}{2}\frac{\omega r}{\mathrm{V}}\,\mathrm{tg}\,\varphi - \frac{1}{2} = 0$$

d'où :

$$\mathrm{tg}\,\varphi = -\frac{3}{4}\frac{\omega r}{\mathrm{V}} + \sqrt{\frac{9}{16}\frac{\omega^2 r^2}{\mathrm{V}^2} + \frac{1}{2}}$$

La valeur négative du radical doit être écartée, car en l'interprétant, on serait amené à donner à l'aile une inclinaison qui produirait la rotation en sens contraire de ω.

L'équation ci-dessus est précisément la relation cherchée entre φ et r; on voit que, pour des valeurs de V et ω données, *tg* φ diminue lorsque r augmente, et, par conséquent, l'aile doit présenter une surface gauche, ce que l'on trouve déjà réalisé dans les moulins hollandais les plus anciens.

Digitized by Google

Mais, pour chaque valeur du rapport $\frac{\omega}{V}$, la forme de la surface gauche diffère, puisque ce rapport affecte la valeur de $tg\,\varphi$, relative au rayon r; il y aurait donc lieu de chercher la valeur de ω qui, pour la vitesse V donnée, rend maximum le travail recueilli sur l'aile [1]. Sans nous engager dans cette recherche, remarquons que, si le rapport $\frac{\omega}{V}$ était trouvé, on en tirerait immédiatement la vitesse ω de rotation la plus favorable, et, par l'expression de $tg\,\varphi$, la forme d'aile la plus convenable ; cette forme conviendrait pour toutes les vitesses du vent, à la condition que l'on fît varier ω proportionnellement à V, car on obtiendrait alors une valeur de $tg\,\varphi$ ne dépendant que du rayon.

Smeaton a trouvé, par l'expérience, qu'en laissant tourner entièrement à vide un moulin de construction ordinaire, la vitesse qu'il prend à l'extrémité de l'aile est 4V, et qu'on obtient le maximum d'effet utile en réglant la résistance de manière à réduire cette vitesse à :

$$\frac{2}{3} \times 4\,V = \frac{8}{3}\,V \text{ ou } 2{,}7\,V \text{ environ.}$$

Telle est la valeur de ωr_1, si nous appelons r_1 le rayon à l'extrémité de l'aile. On a donc :

$$\frac{\omega r_1}{V} = \frac{8}{3}$$

d'où :

$$\frac{\omega r}{V} = \frac{8}{3}\frac{r}{r_1}$$

et :

$$\mathrm{tg}\,\varphi = -2\frac{r}{r_1} + \sqrt{4\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

120. — *Puissance du moteur.* — On a, pour le travail recueilli par seconde :

$$T = Kn\frac{\Pi}{g}\int_{r_0}^{r_1} b\,(V\cos\varphi - \omega r\sin\varphi)^2\,\omega r\sin\varphi\,dr$$

n désignant le nombre d'ailes.

1. *Haton de la Goupillière.* — Cours de Machines, t. I, p. 579 à 584.

Digitized by Google

Ou :

$$T = Kn \frac{\Pi}{g} \int_{r_0}^{r_1} b r_1 \left(\cos \varphi - \frac{\omega r}{V} \sin \varphi\right)^2 \frac{\omega r}{V} V^3 \sin \frac{dr}{r_1}$$

expression dans laquelle $\frac{\omega r}{V}$ peut être remplacée par 2,7 $\frac{r}{r_1}$, et qui, jointe à celle de $tg\ \varphi$, permettrait de calculer T.

La valeur numérique de K étant assez incertaine, ce calcul serait sans utilité, mais l'expression de T montre que la puissance est proportionnelle à V^3, et à un certain coefficient numérique qui n'est fonction que des dimensions ou de la surface des ailes $n b r_1$ (car b est en général constant), à la condition que l'on adopte en passant d'un moulin à l'autre, la même valeur de $\frac{r_0}{r_1}$; il vient alors :

$$T = \lambda S V^3$$

S désigne la surface globale de toutes les ailes.

Les expériences faites par Smeaton sur de petits modèles ont donné, pour les ailes hollandaises :

$$\lambda = 0{,}05$$

Celles de Coulomb, qui ont été faites sur des moulins à pilons, alors établis près de Lille (1), réduites en mesures métriques, donnent, d'après Navier :

$$\lambda = 0{,}03$$

On a donc, pour la puissance exprimée en chevaux :

$$T_{ch} = 0{,}0004\ S V^3$$

Il ressort de cette formule que la puissance des moulins décroît très rapidement avec la vitesse.

1. Observations théoriques sur l'effet des moulins à vent et sur la figure de leurs ailes : mémoire annexé à la *Théorie des Machines simples*, de Coulomb. Beaucoup d'auteurs ont rapporté ce coefficient d'une manière inexacte.

Digitized by Google

121. — *Construction des génératrices des ailes.* — Pour construire l'expression $tg\,\varphi$, il suffit de porter (fig. 135) :

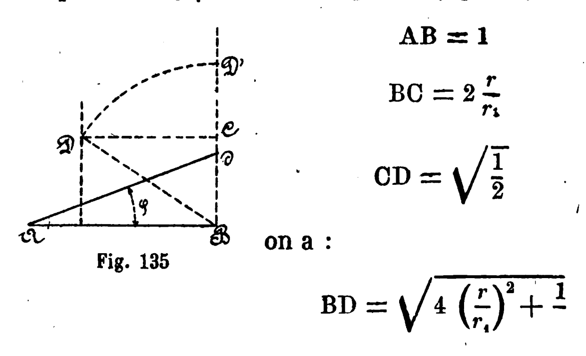


Fig. 135

$$AB = 1$$

$$BC = 2\frac{r}{r_1}$$

$$CD = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

on a :

$$BD = \sqrt{4\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

Du point B, on décrit l'arc DD', on a :

$$tg\,\varphi = CD'$$

donc, on portera $Bd = CD'$, et l'on aura $BAd = \varphi$.

Lorsque le rayon intérieur est égal à $\frac{1}{6}$ du rayon extérieur (très longues ailes de 14 à 15 mètres de rayon) on trouve, pour l'élément le plus rapproché du centre :

$$\varphi = 24^\circ$$

Lorsque ce rapport s'élève à $\frac{1}{4}$ (bras de 10 mètres de rayon), on a :

$$\varphi = 20^\circ$$

Ces données coïncident bien avec une règle pratique donnée par Schwahn dans son *Traité de la Construction des Moulins*, et citée par Rühlmann ; toutefois, au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'extrémité de l'aile, l'angle φ diminue plus rapidement que d'après le tracé, il prend une valeur nulle et même négative pour les dernières traverses ; l'aile se retourne donc légèrement en sens *contraire* du mouvement ; ce mode de construction, quelque singulier qu'il puisse paraître, est celui de tous les moulins répandus à profusion dans les Pays-Bas [1], où ils repré-

1. Une très longue expérience a sanctionné cet usage; peut-être provient-il simplement de ce que l'on compte sur la flexion des traverses qui supportent la toile, et qui concourt, avec la torsion du bras de l'aile, dont l'angle est maximum en ce point, à rétablir une bonne inclinaison lorsque le vent agit sur l'aile.

Digitized by Google

sentent encore une force motrice énorme, employée à faire mouvoir des roues élévatoires et des vis d'Archimède pour l'assèchement des *polders*, et même à actionner des usines.

122. — *Divers genres de moulins.* — On rencontre, pour les moulins ordinaires, deux genres différents d'installation ; dans la première espèce (fig. 136), toute la construction est en bois, et s'oriente pour prendre la direction du vent ; elle repose, par l'intermédiaire d'un chapeau, sur un poinçon qui forme la pièce centrale du support, installé sur cinq dés en maçonnerie ; une barre B, reliée à la charpente, sert, au moyen d'un treuil qui s'y trouve monté, et qui tire sur un point fixe, à orienter et à fixer le plan des ailes.

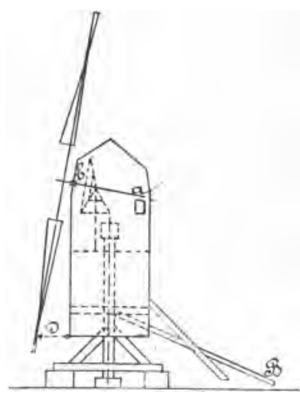


Fig. 136

L'arbre de la roue repose en deux points, *a* et *b*, le poids des ailes est en porte à faux, et le point *b* est très chargé ; l'arbre n'est jamais horizontal, et son inclinaison varie de 10 à 18° sur l'horizon.

Cette inclinaison est motivée par plusieurs causes ; d'abord, à cause du porte à faux, l'usure des tourillons et la fatigue de la charpente tend à diminuer constamment cette inclinaison ; la pente donne à l'arbre une tendance à s'appuyer de *b* vers *a*, on obtient donc facilement la fixité dans le sens longitudinal en plaçant au point *a* une butée qui donne lieu à très peu de frottement ; cette fixité est nécessaire pour la transmission par roues coniques.

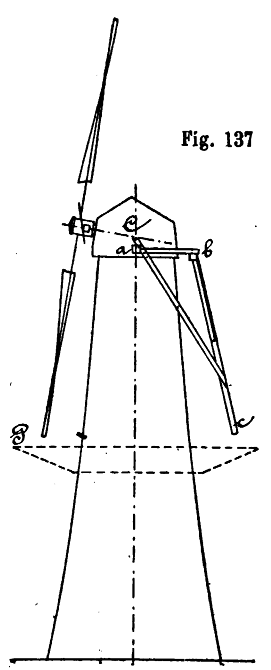


Fig. 137

Enfin, l'inclinaison a encore pour effet d'augmenter la distance *d*, avec un minimum de porte à faux pour l'arbre, ce qui permet à l'aile de travailler en dehors du remous causé par la construction.

Dans le deuxième genre de moulins, également fort anciens, le chapeau C est seul mobile sur une tour fixe en bois ou en maçonnerie (fig. 137);

Digitized by Google

il s'oriente à bras d'homme, au moyen de la charpente *a b c*, ou à l'aide d'une roue-gouvernail dont le plan est perpendiculaire à celui de la roue, et qui agit, par l'intermédiaire d'un pignon, sur une couronne dentée horizontale, posée sur la maçonnerie.

Les moulins les plus grands comportent quatre ailes de 14 mètres de longueur, dont il reste environ 11^{m},70 de longueur utile ; la largeur uniforme des ailes est de 2 mètres ; on a donc :

$$S = 93{,}60$$

Pour

$$V = 7^{m}{,}00$$

on a

$$T_{ch} = 13 \text{ environ.}$$

La vitesse au bord de l'aile est

$$\omega r_1 = 2{,}7 \; V = 18^{m}{,}90$$

ce qui correspond à 13 tours par minute.

Lorsque la vitesse du vent est réduite à 4 mètres, le travail s'abaisse à 2,5 chevaux environ.

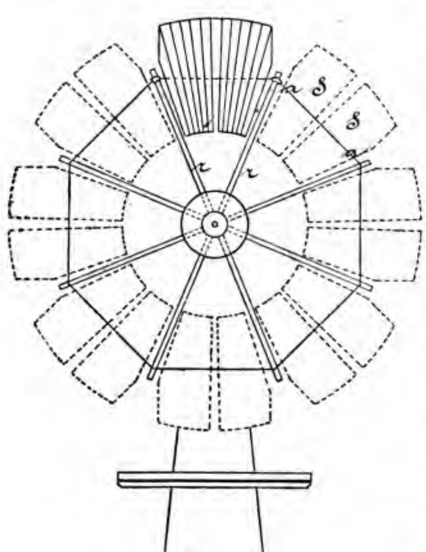


Fig. 138

123. — *Roues américaines.* — Dans ces moulins, connus en Europe depuis l'Exposition de Philadelphie, la surface exposée au vent est formée d'un grand nombre de lattes inclinées, en bois de sapin, ayant la forme d'étroits secteurs, et qui, par leur ensemble, forment un disque presque complet (fig. 138), dont le rayon s'élève jusqu'à 17 mètres. Ces roues sont disposées pour s'orienter automatiquement, et sont munies d'un régulateur, qui diminue la surface exposée au vent, lorsque la vitesse dépasse une certaine limite.

Nous avons trouvé (nº 118) l'expression du travail recueilli sur un petit élément plan situé à la dis-

Digitized by Google

tance r du centre, et tournant à la vitesse angulaire ω ; proposons-nous de chercher les valeurs de φ et ω les plus convenables pour que le travail soit maximum. Nous aurons, en laissant de côté tout ce qui ne comprend pas ces variables :

$$M = \left(\cos\varphi - \frac{\omega r}{V}\sin\varphi\right)^2 \frac{\omega r}{V}\sin\varphi$$

En désignant $\frac{\omega r}{V}$ par α, et posant successivement

$$\frac{dM}{d\alpha} = 0$$

et

$$\frac{dM}{d\varphi} = 0$$

On trouve $\varphi = o$ et $\alpha = \infty$.

Ces valeurs sont évidemment inadmissibles, elles montrent que le travail n'est pas susceptible de maximum théorique ; mais, pratiquement, les résistances passives modifient ce résultat ; la seule conclusion à tirer de la théorie est donc que l'on doit faire tourner les roues aussi vite que possible, et adopter pour chaque élément, c'est-à-dire pour la latte entière, puisqu'elle est plane, une inclinaison assez faible.

124. — Cependant, comme l'inclinaison n'est pas nulle, et que la vitesse ne peut être infinie, il est utile de rechercher l'une de ces quantités en fonction de l'autre, supposée connue.

Admettons que chaque latte ait la forme d'un secteur complet, s'étendant jusqu'au centre, sur l'angle θ (celui-ci étant compté en vraie grandeur, et non en projection); adoptons les notations du n° 118, nous aurons :

$$dT = \frac{\Pi}{g}\,\theta\,K\,\omega\,V^2 \int_o^{r_1} \left(\cos\varphi - \frac{\omega r}{V}\sin\varphi\right)^2 \sin\varphi\, r^2\, dr$$

qu'il faut intégrer en supposant à φ une valeur constante, ce qui donne, en posant :

$$\frac{\omega r_1}{V} = \alpha_1$$

$$T = \frac{\Pi}{g}\,\theta\,K\,\omega\,V^2\, r_1^3 \left(\frac{1}{5}\,\alpha_1^2 \sin^3\varphi - \frac{1}{2}\,\alpha_1 \sin^2\varphi\cos\varphi + \frac{1}{3}\sin\varphi\cos^2\varphi\right)$$

Digitized by Google

Supposons que α_1 soit connu, et cherchons l'inclinaison qui donnera le maximum du travail, il faudra poser :

$$\frac{dT}{d\varphi} = 0$$

Il vient :

$$\frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg}^3 \varphi + \left(\frac{3\,\alpha_1^2}{5} - \frac{2}{3}\right) \operatorname{tg}^2 \varphi - \alpha_1 \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{3} = 0$$

Admettons, par exemple, comme pour les moulins ordinaires (hypothèse purement gratuite) :

$$\alpha_1 = \frac{8}{3}$$

On vérifie facilement que la valeur approximative de φ est de 25' [1].

En réalité, les lattes ne s'étendent pas jusqu'au centre, leur longueur n'est que les $\frac{2}{3}$ du rayon extérieur, mais la partie centrale affecte très peu l'expression du travail recueilli, et par conséquent le maximum de ce travail.

A la vérité, rien ne démontre que la valeur de α_1 trouvée par Smeaton par des expériences sur les ailes gauches, convienne également aux secteurs plans, mais, quoiqu'il en soit, la puissance augmente, comme pour les ailes ordinaires, proportionnellement au carré du rayon, et au cube de la vitesse du vent, à la condition que l'on maintienne α constant ; pour s'en assurer, il suffit de transformer légèrement la valeur de T en remplaçant ωr_1 en fonction de V.

A défaut d'expériences, on peut, pour obtenir la puissance en fonction de la vitesse du vent, adopter le même coefficient que pour les moulins à ailes gauches, et l'on a :

$$T_{ch} = 0{,}0004\ S\,V^3$$

S est la surface projetée de l'ensemble des secteurs, c'est-à-dire de

1. A. Hollenberg. — *Die neueren Windraeder*. — Baumgaertner, 1885, donne pour le moulin Halladay

$$\varphi = 28 \text{ à } 35°$$

Digitized by Google

la partie annulaire du disque (1). Les puissances suivantes, assignées par le constructeur Halladay aux roues de divers diamètres, pour un vent de 7 mètres par seconde, sont légèrement supérieures à celles qui résulteraient de la formule.

DIAMÈTRE EXTÉRIEUR EN PIEDS ANGLAIS	8	12	16	20	25	30	40	50
Puissance en chevaux pour V = 7. . . .	0,5	1	2,5	4,5	6	8	18	28

125. — Les constructeurs américains ont appliqué, à leurs moulins à vent, un régulateur destiné à maintenir automatiquement la vitesse entre certaines limites ; l'un des systèmes les plus parfaits est le régulateur Halladay; voici comment il est constitué dans son ensemble : les

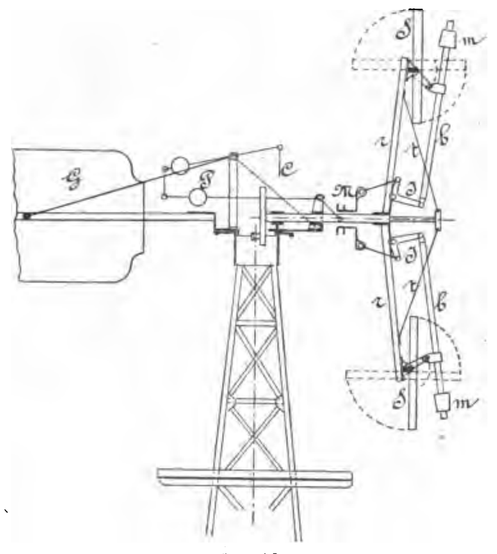


Fig. 139

secteurs S, formés par chaque groupe de lattes, peuvent pivoter autour d'un arbre *aa* (fig. 138 et 139), qui leur sert de support; ces arbres tour-

1. Perels donne, pour les roues américaines, le coefficient 0,0005 au lieu de 0,0004, à cause de la réduction des frottements. — V. Hollenberg, ouvrage cité, p. 3.

Digitized by Google

nent librement dans les articulations montées à l'extrémité des rayons *r*, mais les pressions sont à peu près équilibrées, et ne donnent aux secteurs aucune tendance à basculer ; chacun d'eux est relié à un bras *b* portant une masse *m* ; la force centrifuge, qui s'exerce sur l'articulation I, est transmise au manchon M sur lequel agit, par l'intermédiaire d'un levier coudé, le contrepoids P ; celui-ci est réglé d'après la vitesse que l'on veut obtenir. Lorsque, la vitesse augmentant, la force centrifuge atteint une certaine valeur, les secteurs S prennent la position représentée en trait pointillé dans la figure 139. Cet appareil n'est autre que l'appareil à boules, modifié d'après les circonstances, et adapté à un arbre horizontal. On peut arrêter la roue en soulevant le contrepoids au moyen de la chaîne C.

Dans le système *Eclipse*, de *Corcoran* (1), le régulateur consiste en une palette *g* (fig. 140), qui se trouve dans le même plan que la roue *r* ; l'action du vent sur cette palette est équilibrée en temps ordinaire par un contrepoids ; lorsque la pression augmente, la roue s'efface dans la position *r'*, elle reprend sa position première sous l'action du contrepoids, lorsque le vent diminue.

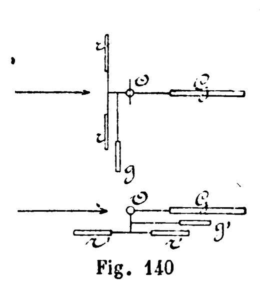


Fig. 140

En général, toutes les roues américaines s'orientent d'elles-mêmes sous l'effet d'un gouvernail G (fig. 139), qui forme contrepoids à la roue, et entraîne toute la plate-forme tournante qui supporte les deux parties de l'arbre.

126. — *Remarques sur l'emploi du moulin à vent.* — La vitesse du vent est très variable ; des relevés faits pendant 10 années consécutives à Cuxhaven, à l'embouchure de l'Elbe, ont fourni, sur la vitesse et la fréquence du vent (2), un tableau que nous extrayons du grand ouvrage de Rühlmann :

1. *Hollenberg* décrit les systèmes Éclipse, Excentrique, Ultra Standard, Leffel, Bird, Champion ; cet ouvrage renferme les dessins très détaillés de la roue Halladay, et donne des indications utiles sur la construction des tours de support.

2. Nous n'avons pu réussir à nous procurer ces données pour la Belgique.

Digitized by Google

VITESSE EN MÈTRES par seconde	0 à 1,43	1,43 à 2,86	2,86 à 4,29	4,29 à 5,72	5,72 à 7,15	7,15 à 8,58	8,58 à 10,01	10,01 à 11,44	11,44 à 12,87	12,87 à 14,30	14,30 à 15,73
Nombre de jours pendant lequel le vent règne annuellement.	21	77	99,1	77	47,8	25,1	11	5,3	1,4	0,4	0,1

On voit que les vitesses supérieures à $5^m,72$ par seconde ne se produisent que pendant 1/4 de l'année, tandis qu'elles sont supérieures, pendant les 3/4 de l'année, à $2^m,86$ par seconde; pour effectuer un travail déterminé, on est donc obligé de compter sur une vitesse du vent assez faible, et par conséquent d'installer une roue de grand diamètre, sinon on serait exposé à chômer pendant de longs intervalles.

La plus grande difficulté qui se présente dans l'emploi du moulin à vent réside plus dans le changement d'allure que dans la variation du travail recueilli; car, le couple moteur, qui augmente en raison directe de la puissance, et en raison inverse de la vitesse angulaire, varie comme le carré du nombre de tours; admettons, par exemple, que la vitesse soit doublée : si l'on veut recueillir le travail maximum, il faut quadrupler les résistances, et doubler la vitesse des opérateurs. Dans la plupart des cas, on n'augmente pas les résistances utiles à vaincre, et la vitesse s'accroit d'elle-même jusqu'à ce que, par l'augmentation des résistances passives, un nouveau régime s'établisse; le travail utile effectué n'augmente donc que proportionnellement au nombre de tours, en supposant, bien entendu, que l'opérateur s'en accommode. Si les liaisons entre le moteur et l'opérateur étaient établies pour une vitesse déterminée du vent, lorsque cette vitesse ne serait pas atteinte, le couple moteur n'aurait pas une valeur suffisante pour entraîner la résistance; on est donc obligé d'établir les liaisons pour le minimum utilisable du couple moteur.

Ce fait explique comment, dans les moulins à vent employés à actionner des pompes à piston, le travail en eau élevée ne représente, pour de bonnes valeurs de V (6 à 7 mètres), que le quart environ de la puissance maximum disponible à cette vitesse ; il en serait autrement si, comme on le fait quelquefois, la liaison entre le piston de la pompe et

Digitized by Google

l'arbre pouvait être modifiée, et si l'on pouvait, par exemple, changer la course de la pompe. En général, on renonce à cette complication, les pompes sont choisies de manière à pouvoir être actionnées lorsque la vitesse du vent descend assez bas ; vient-elle à augmenter, le régime s'accélère, le travail effectué augmente comme la simple puissance du nombre de tours, et le régulateur empêche que le mouvement ne devienne trop rapide.

Les roues américaines sont surtout employées pour les alimentations agricoles, pour desservir les chateaux d'eau de lignes secondaires de chemins de fer, etc. ; elles remplacent d'une manière avantageuse la manœuvre à bras d'hommes, et réduisent la dépense dans le rapport de 3 à 1 au moins [1].

1. En comptant sur 15 % du prix d'établissement pour couvrir l'amortissement et les dépenses d'entretien. — *Praktische Maschinen Construkteur*, 1880, p. 398.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

Machines servant à recueillir l'action des Moteurs animés.

DEUXIÈME PARTIE

Récepteurs hydrauliques.

CHAPITRE I.

Machines dans lesquelles l'eau agit par son poids.

§ I.

Théorie générale des roues hydrauliques à action de poids.

§ II.

Roue de côté ordinaire.

Digitized by Google

Digitized by Google

CHAPITRE II.

Machines dans lesquelles l'eau agit par sa vitesse.

§ I.

Théorie générale des turbines.

§ II.

Turbines axiales d'action, ou à faible réaction.

§ III.

Turbines de Jonval ou de Henschel.

§ IV.

Turbines à libre déviation, de Girard.

§ V.

Turbines hydropneumatiques, de Girard.

§ VI.

Turbines axiales à réaction.

A. — Cas où $\beta = 90°$

Digitized by Google

Digitized by Google

§ XIV.

Régulateurs automatiques.

§ XV.

Mode d'établissement des turbines.

CHAPITRE III.

Machines dans lesquelles l'eau agit par pression.

§ I.

Moteurs à action directe.

§ II.

Machines à rotation.

§ III.

Etude hydrodynamique des machines à colonne d'eau.

Premier cas.

Machines à bielle longue.

Digitized by Google

Deuxième cas.

Machines à cylindre oscillant.

§ IV.

Réglage des machines à colonne d'eau.

TROISIÈME PARTIE

Récepteurs pneumatiques.

Paris. — Imp. E. Bernard & Cie, 71, rue La Condamine

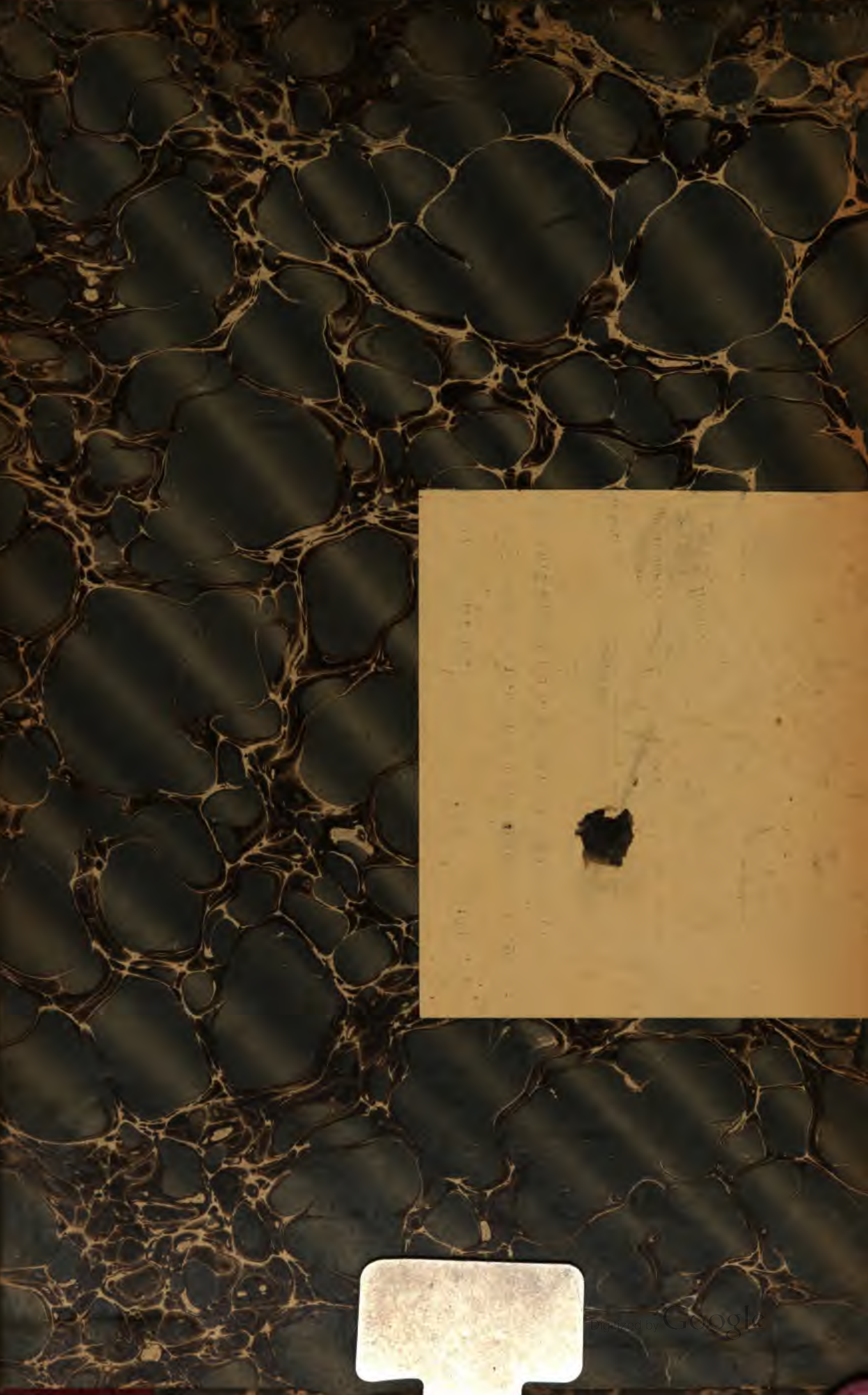
Digitized by Google

Digitized by Google

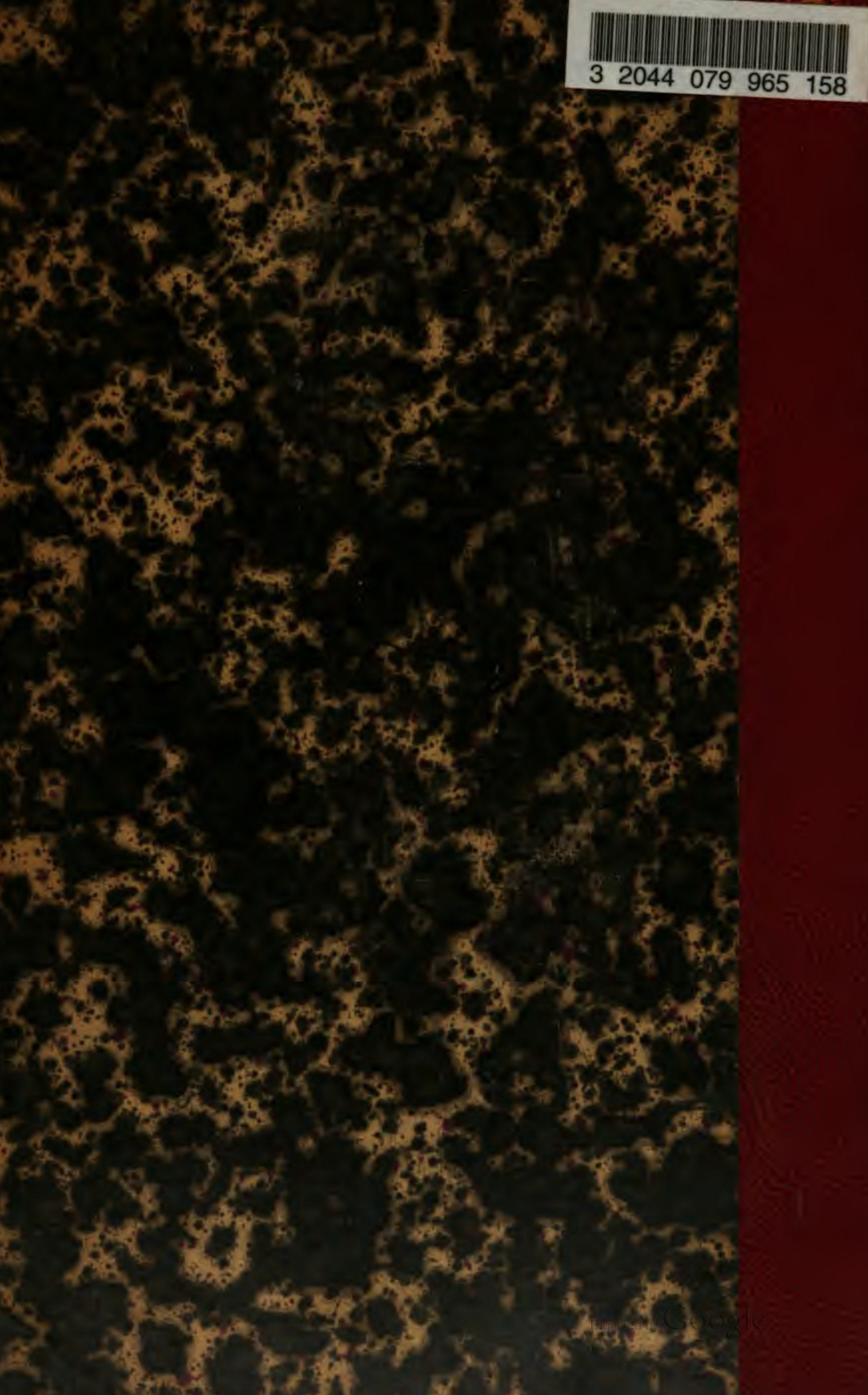
Digitized by Google

Digitized by Google





Digitized by Google



Digitized by Google